

Návrh reluktančního motoru

Design of reluctance motor

Ondřej Rucký

Diplomová práce

Vedoucí práce: Ing. Petr Kačor, Ph.D.

Ostrava, 2021

Abstrakt

Cílem této diplomové práce je návrh synchronního reluktančního motoru o jmenovitém výkonu 50 kW pro trakční využití v městské hromadné dopravě. Práce se nejprve zabývá seznámením s konstrukcí synchronního reluktančního motoru a specifikům a zásadám při návrhu statoru a zejména rotoru. Následuje matematický popis stroje podle obecné teorie elektrického stroje. Je zde také uveden stručný popis kritérií vektorového řízení synchronního reluktančního motoru na základě matematického popisu stroje. Samotný návrh sestává nejprve z analytického výpočtu stroje a určení elektrických parametrů stroje a je zde také popsán postup návrhu a sestavení geometrie rotoru. Analýza a optimalizace navrženého stroje je provedena pomocí metody konečných prvků v prostředí ANSYS Maxwell. Takto navržený model stroje je poté pomocí numerických metod analyzován jako elektrický pohon ve struktuře vektorového řízení s napětovým střídačem v prostředí ANSYS Simplorer.

Klíčová slova

synchronní reluktanční motor, návrh, metoda konečných prvků, vektorové řízení

Abstract

The aim of this diploma thesis is the design of a synchronous reluctance motor with a nominal power of 50 kW for traction application in public transport. The work first deals with the introduction to the design of a synchronous reluctance motor and the specifics and principles of stator and especially rotor design. The following is a mathematical description of the machine according to the general theory of the electric machine. There is also a brief description of the criteria for vector control of a synchronous reluctance motor based on a mathematical description of the machine. The design itself consists first of analytical calculation of the machine and determination of the electrical parameters of the machine and the procedure of design and assembly of the rotor geometry is also described here. The analysis and optimization of the designed machine is performed by the finite element method in the ANSYS Maxwell environment. The machine model designed in this way is then analyzed by numerical methods as an electric drive in a vector control structure with a voltage source inverter in the ANSYS Simplorer environment.

Keywords

synchronous reluctance motor, design, finite element method, vector control

Poděkování

Děkuji panu Ing. Petru Kačorovi, Ph.D. za odbornou pomoc a za rady a připomínky při tvorbě této diplomové práce.

Obsah

Seznam použitých symbolů a zkratk	6
Seznam obrázků	8
Seznam tabulek	10
Úvod	11
1 Konstrukce SynRM	13
1.1 Konstrukční provedení rotoru	14
1.2 Zásady při návrhu statoru a rotoru	16
1.3 Geometrie rotoru	18
2 Matematický popis SynRM	25
2.1 Obecný matematický popis a vznik reluktančního momentu	25
2.2 Rovnice napětí, spřažených toků a indukčností	26
2.3 Základní vyjádření výkonu a momentu	27
2.4 Ustálený stav, fázorový a kruhový diagram	28
3 Řízení SynRM	30
4 Návrh a výpočet SynRM	32
4.1 Návrh statoru	32
4.2 Návrh rotoru	41
5 2D model a analýza SynRM v prostředí ANSYS Maxwell	42
5.1 Sestavení 2D modelu	42
5.2 Popis magnetostatické analýzy	43
5.3 Popis výpočtu synchronních indukčností	44
5.4 Popis transientní analýzy	44
5.5 Optimalizace geometrie rotoru	45

5.6	Analýza 2D modelu s optimalizovanou geometrií rotoru	52
6	Simulace řízení SynRM v prostředí	
	ANSYS Simplorer	58
6.1	Popis struktury vektorového řízení	58
6.2	Výsledky simulace vektorového řízení SynRM	65
	Závěr	67

Seznam použitých zkratek a symbolů

B (T)	– magnetická indukce
F_m (A)	– magnetomotorická síla
\mathcal{F}	– magnetomotorická síla vztahovaná na jednotku
I (A)	– elektrický proud
L (H)	– indukčnost
M (Nm)	– točivý moment
N	– počet závitů
P (W)	– činný výkon
Q	– počet drážek
R (Ω)	– činný odpor
S (m ²)	– obsah
U (V)	– elektrické napětí
U_m (A)	– magnetické napětí
W (J)	– energie
X (Ω)	– reaktance
b (m)	– šířka bariéry
f (Hz)	– frekvence
l (m)	– délka
n	– počet vodičů
p	– počet pólpárů
q	– počet drážek na pólpár
r (m)	– poloměr
s (m)	– šířka segmentu
α ($^\circ$)	– úhel v polárních souřadnicích
γ ($^\circ$)	– úhel mezi složkami proudu i_d a i_q
δ (m)	– vzduchová mezera
ϑ_e ($^\circ$)	– úhel natočení elektrický
ϑ_m ($^\circ$)	– úhel natočení mechanický

θ ($^{\circ}$)	– úhel mezi souřadnicovým systémem statoru a rotoru, zátěžný úhel
Λ (H)	– magnetická vodivost
φ ($^{\circ}$)	– fázový posuv mezi elektrickým napětím a elektrickým proudem
φ_m (A)	– magnetický potenciál
ϕ (Wb)	– Magnetický tok
Ψ (Wb)	– Spřažený magnetický tok
ω_e (rad^{-1})	– úhlová rychlost elektrická
ω_m (rad^{-1})	– úhlová rychlost mechanická
Indexy	–
a	– týkající se vzduchu
d	– týkající se podélné osy
q	– týkající se příčné osy
r	– týkající se rotoru
s	– týkající se statoru
y	– týkající se jha
μ	– magnetizační

Seznam obrázků

1.1	Srovnání konstrukce SynRM a AM	13
1.2	Základní struktury rotoru [3]	14
1.3	Konstrukční varianty rotoru [5]	14
1.4	Řez axiálně vrstveným rotorem [3]	15
1.5	Řez příčně vrstveným rotorem [3]	15
1.6	K vysvětlení interakce vyšších harmonických magnetomotorické síly s rotorem [6] . .	17
1.7	K vysvětlení rozložení magnetomotorické síly přes jednotlivé segmenty [7]	18
1.8	Schéma rozměrů geometrie rotoru [9]	20
1.9	Rozložení magnetomotorické síly přes jednotlivé segmenty v ose d [9]	20
1.10	Rozložení magnetomotorické síly přes jednotlivé segmenty v ose q [9]	20
1.11	Varianty geometrie příčně vrstveného rotoru:[10]	23
1.12	Průběh siločar magnetické pole v plném rotoru	24
2.1	Fázorový diagram synchronního reluktančního motoru	28
2.2	Kruhový diagram synchronního reluktančního motoru [2]	29
4.1	Řez drážkou s vinutím	40
4.2	Rozvinuté schéma vinutí	40
4.3	Výstup ze software Octave	41
4.4	Výstup ze software AutoCAD	41
5.1	Sestavená geometrie motoru v prostředí ANSYS Maxwell	43
5.2	Schéma externího obvodu vinutí	44
5.3	Závislost střední hodnoty točivého momentu na úhlu proudu γ	45
5.4	Průběhy točivého momentu pro různé hodnoty parametru Y_q	46
5.5	Průběhy točivého momentu pro různé počty bariér	47
5.6	Střední hodnota točivého momentu v závislosti na k_{wq}	48
5.7	Zvlnění točivého momentu v závislosti na k_{wq}	48
5.8	Synchronní indukčnosti v závislosti na k_{wq}	48

5.9	Poměr synchronních indukčností v závislosti na k_{wq}	48
5.10	Ztráty v železe v závislosti na k_{wq}	49
5.11	Ztráty v železe v závislosti na úhlu β	49
5.12	Střední hodnota točivého momentu v závislosti na úhlu β	49
5.13	Zvlnění točivého momentu v závislosti na úhlu β	49
5.14	Střední hodnota točivého momentu v závislosti na úhlu zešíkmení rotorových drážek	50
5.15	Zvlnění točivého momentu v závislosti na úhlu zešíkmení rotorových drážek	50
5.16	Časový průběh točivého momentu	51
5.17	Časový průběh ztrát v železe	51
5.18	Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře, $\mu_r = 10$	52
5.19	Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře, $\mu_r = 1$	52
5.20	Harmonická analýza magnetické indukce ve vzduchové mezeře	53
5.21	Mapa magnetické indukce při rotoru v ose d a $I = I_\mu$	54
5.22	Průběh siločar magnetického toku při rotoru v ose d a $I = I_\mu$	54
5.23	Indukčnosti v osách d a q v závislosti na proudu	55
5.24	Poměr indukčností v závislosti na proudu	55
5.25	Výkres celkové sestavy statoru a rotoru	57
6.1	Přehledové schéma struktury vektorového řízení pohonu se synchronním reluktanč- ním motorem	59
6.2	Schéma bloku výpočtu proudů I_d a I_q	60
6.3	Schéma bloku inverzní Parkovy a Clarkové transformace	60
6.4	Schéma bloku převodu síťových proudů na fázové proudy	61
6.5	Schéma bloku hysterezního regulátoru proudu	62
6.6	K funkci hysterezního regulátoru proudu [17]	62
6.7	Schéma bloku napěťové střídače	62
6.8	Nastavení bloku ECE3	63
6.9	Nastavení bloku ECER	63
6.10	Schéma bloku pohonu	64
6.11	MTPA - Průběh otáček a točivého momentu	66
6.12	MPFC - Průběh otáček a točivého momentu	66

Seznam tabulek

4.1	Základní parametry navrhovaného motoru	32
4.2	Zvolené vstupní hodnoty pro výpočet	32
4.3	Rozměry vodičů a izolace vinutí	40
5.1	Střední hodnoty a zvlnění točivého momentu pro různé hodnoty parametru Y_q . . .	46
5.2	Vybrané parametry pro různé počty bariér	47
5.3	Srovnání vybraných parametrů pro nemagnetické a magnetické klíny	51
5.4	Porovnání hodnot Carterova činitele	53
5.5	Získané hodnoty synchronních indukčností v ose d a q	55
5.6	Porovnání hodnot synchronních indukčností	56
5.7	Parametry finální geometrie rotoru	56

Úvod

Mým cílem je navrhnout synchronní reluktanční motor o jmenovitém výkonu 50 kW pro trakční využití v městské hromadné dopravě. Za předpokladů, které jsou uvedeny v textu, má synchronní reluktanční motor potenciál dosáhnout lepších parametrů oproti asynchronnímu motoru (vyšší účinnost, vyšší hustota výkonu na jednotku hmotnosti, nižší ustálené oteplení), je zde však potřeba oproti asynchronnímu motoru řešit i jisté aspekty vycházející z konceptu synchronního reluktančního stroje jako je zejména zvlnění točivého momentu, nebo nižší účinník stroje. Těmto aspektům se pak věnuje zejména optimalizační část práce, kde je cílem potlačení těchto negativních vlivů v co největší míře optimalizací geometrie rotoru pomocí metody konečných prvků v prostředí ANSYS Maxwell. Výsledkem práce by tak měl být navržený a optimalizovaný synchronní reluktanční motor vhodný k praktické realizaci jako trakční pohon vozidel městské hromadné dopravy. Cílem je také takto navržený a optimalizovaný model motoru analyzovat při simulaci vektorového řízení na jednoduché regulační struktuře s napěťovým střídačem v prostředí ANSYS Simplerer.

Nejprve je v první kapitole uveden základní náhled a srovnání synchronního reluktančního motoru (SynRM) s asynchronním motorem. Následně jsou popsány základní konstrukční varianty provedení rotoru SynRM. Velmi důležitou částí této kapitoly je soupis doporučení při návrhu SynRM a uvedení základního postupu pro návrh geometrie rotoru. Druhá kapitola představuje matematický popis stroje, tedy odvození základních matematických rovnic stroje na základě teorie obecného elektrického stroje a odvození rovnic pro točivý moment, účinník a výkon v ustáleném stavu. Třetí kapitola pak stručně pojednává o odvození dvou kritérií řízení složek proudu při vektorovém řízení a tvoří tak teoretický základ pro simulaci řízení SynRM v prostředí ANSYS Simplerer.

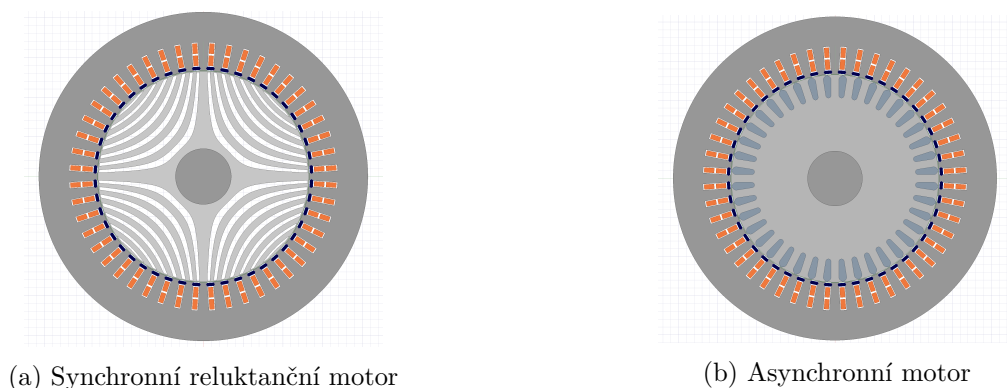
Čtvrtá kapitola se již věnuje samotnému návrhu a výpočtu SynRM. Ze zvolených vstupních parametrů jsou vypočítány základní rozměry statoru, rozměry statorových drážek, výpočet vinutí a jeho elektrických parametrů a výpočet magnetického obvodu. Následně je uveden popis, jakým způsobem je vytvářena geometrie rotoru. V páté kapitole je již sestaven 2D model v prostředí ANSYS Maxwell a jsou zde popsány metody analýzy a výpočtů. Následuje optimalizace, která představuje důležitou část návrhu. Je zde analyzován vliv vybraných geometrických parametrů rotoru na hodnotu točivého momentu, zvlnění točivého momentu a ztráty v železe. Následně je optimalizovaný model podrobněji analyzován a získaná data jsou porovnávána s analytickým návrhem a výpočtem.

V poslední sedmé kapitole je optimalizovaný model motoru použit ve struktuře vektorového řízení s napěťovým střídačem. Jsou zde popsány jednotlivé části struktury vektorového řízení a také popis vytvoření ekvivalentního obvodu stroje z 2D modelu stroje. Následně je pohon otestován na základě kritérií řízení podle kapitoly 4. U obou kritérií řízení je analyzován rozběh pohonu na jmenovité otáčky a časový průběh a velikost dosaženého točivého momentu.

Kapitola 1

Konstrukce SynRM

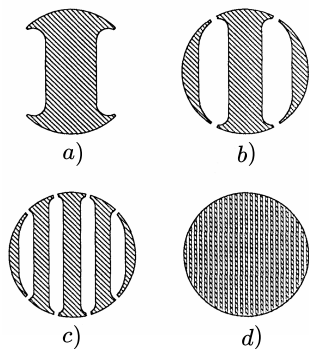
Synchronní reluktanční motor je druh synchronního stroje, který nemá žádný zdroj buzení na rotoru (vinutí, permanentní magnety). Točivý moment vzniká vlivem rozdílných magnetických vodivostí v podélném a příčném směru rotoru. Provedení statoru synchronního reluktančního motoru je stejné jako u asynchronního motoru. Základní výhodou SynRM oproti AM je absence rotorového vinutí, tudíž ztráty v mědi rotoru jsou nulové a SynRM tak pracuje s vyšší účinností. V [16] je uvedeno, že SynRM má oproti AM přibližně o 10 % menší celkové ztráty při stejném zatížení a až o 20 % nižší příkon při jmenovité zátěži. Absence rotorového vinutí má také vliv na tepelné poměry ve stroji a tudíž SynRM má oproti AM nižší hodnoty ustáleného oteplení, což má příznivý vliv na životnost izolace a ložisek. Při návrhu SynRM na stejné oteplení jako AM pak stroj vychází rozměrově menší, nebo lze při stejných rozměrech dosáhnout vyšších výkonových parametrů. Výhodou SynRM je i nižší hmotnost a moment setrvačnosti rotoru. Základní nevýhodou SynRM je zvlnění točivého momentu, které však lze pomocí určitých konstrukčních zásad a optimalizace geometrie rotoru potlačit. SynRM rovněž nelze rozbíhat se sítě (pokud rotor neobsahuje rozběhové vinutí nakrátko). SynRM konstrukce, který je zobrazen na obrázku 1.1a lze provozovat pouze při napájení z frekvenčního měniče. Strategie řízení SynRM je však oproti AM jednodušší [16].



Obrázek 1.1: Srovnání konstrukce SynRM a AM

1.1 Konstrukční provedení rotoru

Cílem návrhu rotoru je dosažení co nejvyšší hodnoty indukčnosti v podélném směru L_d a co nejnižší hodnoty indukčnosti v příčném směru L_q (viz odvozené rovnice pro točivý moment 2.36 a účinník 2.39 v kapitole 2). V ideálním případě by měl v ose d rotorem procházet celý magnetický tok vyvolaný statorovým vinutím a v ose q by neměl procházet žádný magnetický tok. Jinými slovy, magnetické vodivost v podélném směru by tak byla nekonečná a magnetická vodivost v příčném směru nulová. Ve skutečnosti však nelze uvedenému předpokladu plně vyhovět.

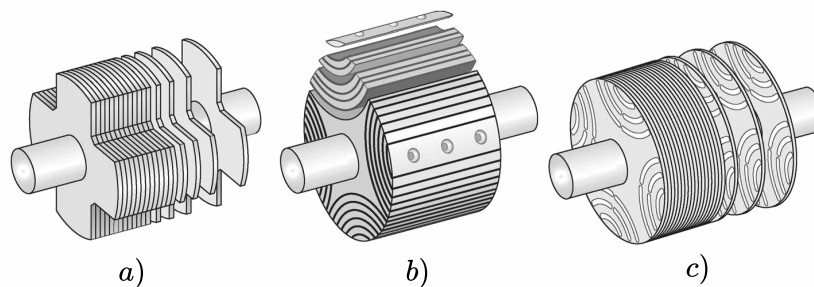


Obrázek 1.2: Základní struktury rotoru [3]

V [4] jsou uvedeny následující důvody, které vedou omezení poměru indukčností ξ . Maximální hodnota L_d je omezena synchronní indukčností při provedení rotoru jako válcového při stejném provedení statoru a stejné délky vzduchové mezery. Minimální hodnota L_q je omezena rozptylovou indukčností stroje. Magnetická vodivost v ose q tak nemůže být nulová. Magneticky vodivé segmenty v ose d podléhají magnetickému nasycení. Příliš hrubé magnetické segmenty mohou překlenout otevření statorových drážek, a tím zvýšit rozptylovou indukčností drážky. Rozptylové indukčnosti se podílejí na zvýšení obou hodnot indukčností L_d a L_q . Magneticky vodivá struktura rotoru by také měla sledovat přirozené rozložení křivek magnetického toku, podrobněji viz kapitola 1.3.3.

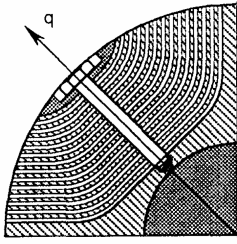
Základní praktickou realizací je jednoduchý vyniklý pól viz obrázek 1.2a.

V tomto případě je však indukčnost v podélném směru příliš malá. Řešením je zvýšit počet segmentů, tím se zvýší hodnota podélné indukčnosti a zároveň je zachována nízká hodnota indukčnost v příčném směru vlivem přirozených bariér magnetického toku mezi magneticky vodivými segmenty viz obrázek 1.2b,c. Tato struktura se v praktickém provedení označuje jako příčně vrstvený rotor. Výrazným zvýšením počtu segmentů se získá takzvaná struktura s rozloženou anizotropií viz obrázek 1.2d. Tato struktura se pak v praktickém provedení označuje jako axiálně (podélně) vrstvený rotor.



Obrázek 1.3: Konstrukční varianty rotoru [5]

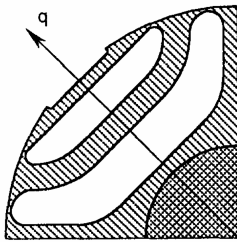
1.1.1 Axiálně vrstvený rotor (ALA - Axially Laminated Anisotropy rotor)



Obrázek 1.4: Řez axiálně vrstveným rotorem [3]

Rotor této konstrukce je zobrazen na obrázku 1.3b. Jak již bylo zmíněno, struktura s axiálně vrstveným rotorem je získána použitím velkého množství segmentů. Segmenty jsou tvořeny vhodně tvarovanými plechy, které jsou skládány v radiálním směru od osy rotoru k vnějšímu obvodu. Výhodou tohoto provedení je dosažení vyššího poměru indukčností ξ a nižšího zvlnění točivého momentu oproti příčně vrstvenému rotoru [4]. Nevýhodou je nutnost upnutí plechů k nemagnetické rotorové hvězdici nemagnetickými šrouby, resp klíny.

1.1.2 Příčně vrstvený rotor (TLA - Transversally Laminated Anisotropy rotor)



Obrázek 1.5: Řez příčně vrstveným rotorem [3]

Rotor této konstrukce je zobrazen na obrázku 1.3c. Rotor je tvořen tenkými plechy, do kterých jsou vyřezány bariéry magnetického toku daného tvaru. Tím jsou i zároveň vytvořeny magneticky vodivé segmenty. Z mechanického hlediska musí být konce segmentů po obvodu propojeny tzv tangenciálními můstky. V některých případech může být nutné z důvodu pevnosti použití tzv radiálních můstků, tj propojení segmentů mezi sebou v ose q . Rozměry tangenciálních a radiálních můstků jsou předmětem pevnostního návrhu rotoru. Tyto můstky však vedou k určitému zvýšení L_q a snížení L_d . Takto provedené rotorové plechy jsou následně skládány na hřídel.

Pro návrh synchronního reluktančního motoru jsem zvolil strukturu s příčně vrstveným rotorem jednak z mechanického hlediska, a také z důvodu způsobu návrhu jak bude ukázáno později. Rovněž z hlediska technologie výroby již dnes není problém s vyřezáváním bariér daných tvarů a rozměrů. V následujícím textu, pokud nebude zmíněno jinak, bude již vždy uvažován synchronní reluktanční motor s příčně vrstveným rotorem.

1.2 Zásady při návrhu statoru a rotoru

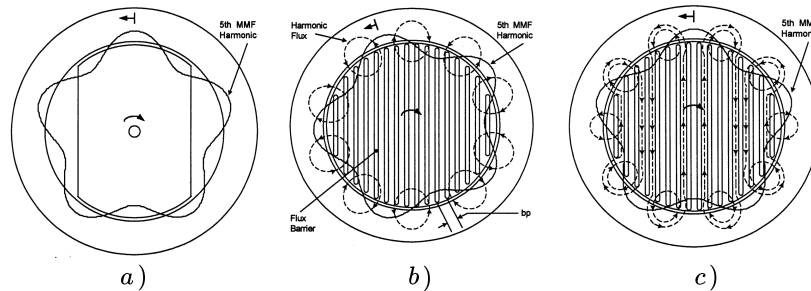
Autoři Bomela a Kamper se ve svém článku [6] zabývají vlivem zkrácení kroku statorového vinutí (chording) a zešikmení rotorových drážek (skewing) na velikost a zvlnění točivého momentu. Tyto poznatky a doporučení jsou shrnuty v následujících odstavcích.

1.2.1 Vliv zkrácení kroku vinutí na velikost hodnoty točivého momentu a hodnotu účinníku

Při zkracování kroku vinutí se snižuje střední hodnota točivého momentu. Tato skutečnost je významná zejména pro nižší počet statorových drážek. Pro vinutí s plným krokem je vliv počtu statorových drážek na činitel vinutí malý. Hodnota účinníku není ovlivňována hodnotou činitele vinutí, jelikož jeho hodnota je dána poměrem indukčností v podélném a příčném směru.

1.2.2 Vliv zkrácení kroku vinutí na velikost hodnoty zvlnění točivého momentu

Tento vliv je v zásadě malý a klesá s rostoucím počtem bariér magnetického toku na rotoru, tj u výkonnějších strojů, kde se počet bariér zvyšuje zároveň klesá vliv zkrácení kroku vinutí na zvlnění momentu. Bomela a Kamper v článku [6] vysvětlují tento jev následovně. Uvažuje se rotující vlna magnetomotorické síly vyššího řádu, v tomto případě 5. řádu. Tato harmonická má deset pólů a otáčí se asynchronně v opačném směru oproti rotoru. V případě provedení rotoru jako vyniklého pólu dochází k pulzacím točivého momentu vlivem interakce 5. harmonické magnetického pole s rotorem viz obrázek 1.6a. V případě provedení rotoru s rozloženými bariérami magnetického toku se rozlišují dvě situace. Pokud je harmonická magnetomotorické síly v ose q , ve směru osy d neprotéká žádný magnetický tok této harmonické, ale protéká pouze ve směru osy q viz obrázek 1.6b. Obecně jsou tedy vyšší harmonické zeslabeny vlivem vysokého magnetického odporu ve směru osy q vlivem bariér magnetického toku. Magnetický tok způsobený vyššími harmonickými magnetomotorické síly způsobuje sycení tangenciálních můstku po obvodu rotoru, což vede k žádoucímu snížení indukčnosti v příčném směru L_q . Pokud je harmonická magnetomotorické síly v ose d , ve směru osy q neprotéká žádný magnetický tok této harmonické, ale protéká pouze ve směru osy d viz obrázek 1.6c. Takto vyvolaný magnetický tok je nyní sice v cestě nejmenšího magnetického odporu, avšak v tomto směru jsou magneticky vodivé cesty poměrně dlouhé a při jmenovitém zatížení stroje magneticky nasycené. Pro vyšší harmonické magnetického toku se proto i tato cesta jeví jako cesta s vyšším magnetickým odporem. Pulzace točivého momentu vyvolané vyššími harmonickými magnetomotorických sil a magnetického toku tak budou nízké. Zkrácení kroku vinutí tak nemá zásadní vliv na zvlnění točivého momentu.



Obrázek 1.6: K vysvětlení interakce vyšších harmonických magnetomotorické síly s rotorem [6]

V článku jsou uvedena dvě doporučení na volbu rozteče bariér magnetického toku. Pro omezení magnetického toku způsobeného danou harmonickou magnetomotorické síly musí být rozteč bariéry menší, než pólová rozteč dané harmonické magnetomotorické síly. Tím je docíleno snížení obsahu harmonických magnetického toku. Zároveň by rozteč bariéry měla být větší, než je rozteč drážek statoru. Tím se lze vyvarovat pulzacím magnetického toku v magnetických segmentech rotoru. Jelikož je rozteč statorových drážek nepřímo úměrná počtu statorových drážek, je pro vyšší počet bariér magnetického toku třeba vyššího počtu statorových drážek.

1.2.3 Vliv zešíkmení rotorových drážek na velikost hodnoty točivého momentu a hodnotu účinníku

Vliv zešíkmení rotorových drážek o jednu drážkovou rozteč má prakticky zanedbatelný vliv na střední hodnotu točivého momentu za podmínky, kdy počet statorových drážek dosahuje určité minimální hodnoty pro daný počet pólů, konkrétně pro dvoupólový stroj by měl být počet statorových drážek $Q \geq 18$, pro čtyřpólový stroj $Q \geq 36$ a pro šestipólový stroj $Q \geq 54$. Při dodržení minima této podmínky je pokles točivého momentu maximálně 2 % a s rostoucím počtem drážek se snižuje [6]. Optimální úhel statorového proudu γ je u motoru s natočenými rotorovými drážkami menší než u motoru bez natočených rotorových drážek. Při úhlu statorového proudu do této optimální hodnoty (obecně $\gamma = 65^\circ$) není točivý moment a účinník výrazněji ovlivněn efektem natočení rotorových drážek. V oblasti nad touto optimální hodnotou úhlu statorového proudu, tj. snižováním tokotvorné složky proudu I_d (oblast zeslabování buzení) je však vliv natočení rotorových drážek již znatelný a hodnoty dosažitelného točivého momentu a účinníku se snižují.

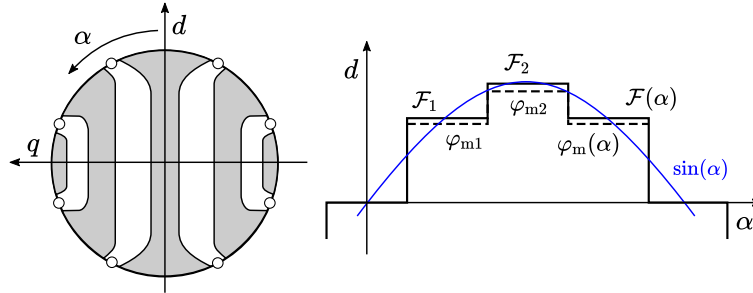
1.2.4 Vliv zešíkmení rotorových drážek na velikost hodnoty zvlnění točivého momentu

Vliv natočení rotorových drážek na hodnotu zvlnění točivého momentu je zásadní, jelikož jsou potlačeny drážkové harmonické. Bomela a Kamper uvádějí v [6] na konkrétním případě dvou motorů o výkonu 5 a 45 kW snížení zvlnění točivého momentu z hodnoty 30 % na hodnotu méně než 5 %. Optimální hodnota úhlu natočení rotorových drážek však nemusí být zrovna jedna drážková rozteč a musí být posouzena pro daný konkrétní návrh.

1.3 Geometrie rotoru

1.3.1 Volba počtu bariér

Na volbu počtu bariér lze pohlížet jako na volbu počtu rotorových drážek. Správná volba počtu rotorových drážek na pól pár q_r vzhledem k počtu statorových drážek na pól pár q_s je z hlediska vlivu na zvlnění točivého momentu významná. V [7] lze nalézt podrobný popis této problematiky. Předpokládá se příčně vrstvený rotor s n počtem magneticky vodivých segmentů. Na obrázku 1.7 je příklad provedení rotoru s pěti segmenty na pól pár. Body mezi segmenty představují radiální tangenciální můstky, které jsou magneticky nasyceny a způsobují, že jednotlivé segmenty mají různý magnetický potenciál.



Obrázek 1.7: K vysvětlení rozložení magnetomotorické síly přes jednotlivé segmenty [7]

Jakmile dojde k přítomnosti sinusového magnetomotorického napětí v ose q , dochází k působení na rotor, které vyvolá magnetický potenciál daného segmentu φ_{mi} . Průměrné hodnota sinusového průběhu magnetomotorické síly přes daný segment je označena jako \mathcal{F}_i . Situace je zobrazena na obrázku 1.7. Jelikož vlivem drážkování statoru dochází k vytváření vyšších harmonických, je pro omezení zvlnění točivého momentu nutné zvolit vhodný počet q_r k q_s . V [7] jsou uvedeny dva případy.

V prvním případě je $q_r = q_s$. Vlivem buzení první harmonickou magnetomotorické síly obsahuje magnetický potenciál okolo povrchu rotoru φ_{mr} harmonické řádu $kq_s \pm 1$. Tyto harmonické způsobují zvlnění točivého momentu.

V druhém případě je $q_r \rightarrow \infty$. Toto uspořádání prakticky vede na konstrukci axiálně vrstveného rotoru. Magnetický potenciál rotoru opět reaguje s vyššími harmonickými magnetomotorické síly. První harmonická magnetomotorické síly a proměnná magnetická vodivost $\Lambda = (\alpha, \theta)$ vytváří prostorové harmonické řádu $kq_s \pm 1$ v magnetickém potenciálu rotoru φ_{mr} . Ten lze v tomto případě vyjádřit (pro dvupólový stroj a s uvažováním pouze první harmonické funkce magnetické vodivosti $\Lambda = (\alpha, \theta)$) jako [7]:

$$\varphi_{mr} = \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \Lambda_{kq_s+1}(\theta) \sin[(kq_s + 1)\alpha] + \Lambda_{kq_s-1}(\theta) \sin[(kq_s - 1)\alpha] \right\} \quad (1.1)$$

Interakce magnetického potenciálu rotoru φ_{mr} s $\Lambda_d \mathcal{F}_d$ a $\Lambda_q \mathcal{F}_q$ vytváří zvlnění točivého momentu, jehož pulzace bude mít nejnižší řád definován jako $2q_s\theta$.

Nyní lze stanovit kritéria výběru počtu rotorových drážek q_r k počtu statorových drážek q_s . První případ interakce magnetického potenciálu rotoru se statorem vytvářel pulzace točivého momentu řádu $q_s\theta$. Tyto mohou být značně potlačeny zvolením q_r takovým způsobem, že prostorové harmonické $q_s \pm 1$ a $q_r \pm 1$ jsou různého řádu. Potom mohou interagovat pouze harmonické vyšších řádů. Protože q_s a q_r musí být sudá a kladná čísla, pak musí být zároveň splněna podmínka [7]:

$$q_r = q_s \pm 4 \quad (1.2)$$

Druhý případ interakce magnetického potenciálu rotoru vytvářel pulzace točivého momentu řádu $2q_s\theta$, které by měly být také omezeny, z důvodu blízkosti rozteče zubů statoru a rotoru.

V [7] je na konkrétním případě ukázáno, že volba $q_s + 4$ dává výrazně lepší výsledky z hlediska zvlnění točivého momentu.

1.3.2 Volba rozměrů bariér a segmentů

V [8] je odvozena podmínka pro určení šířek bariér magnetického toku:

$$\frac{b_i}{b_{i+1}} = \frac{\Delta \mathcal{F}_i}{\Delta \mathcal{F}_{i+1}} \sqrt{\frac{s_i}{s_{i+1}}} \quad (1.3)$$

kde i je pořadí bariéry pro která platí ($i = 1, \dots, k$), kde k je celkový počet bariér, b_i je šířka bariéry (ve směru osy q), s_i šířka segmentu (ve směru osy q), $\Delta \mathcal{F}_i$ je rozdíl magnetomotorické síly (vztahovaný na jednotku a ve směru osy q):

$$\Delta \mathcal{F}_i = \mathcal{F}_{q_{i+1}} - \mathcal{F}_{q_i} \quad (1.4)$$

V [9] je uveden vztah pro tzv. izolační poměr, tj. poměr celkové délky, na které jsou na rotoru v ose q bariéry, ku celkové délce, na které jsou na rotoru v ose q magneticky vodivé segmenty:

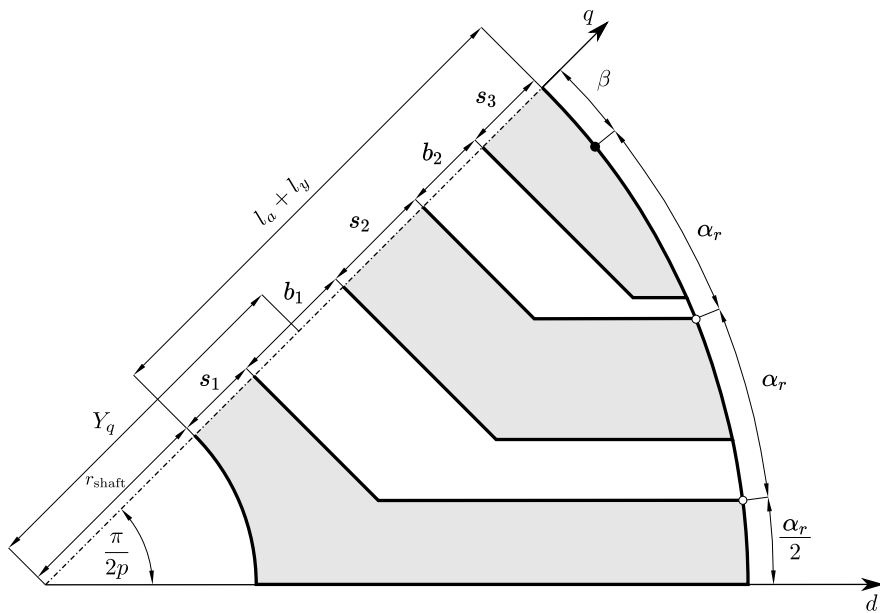
$$k_{wq} = \frac{l_a}{l_y} \quad (1.5)$$

Moghaddam v [9] definuje rozteč bariér na rotoru jako mechanický úhel:

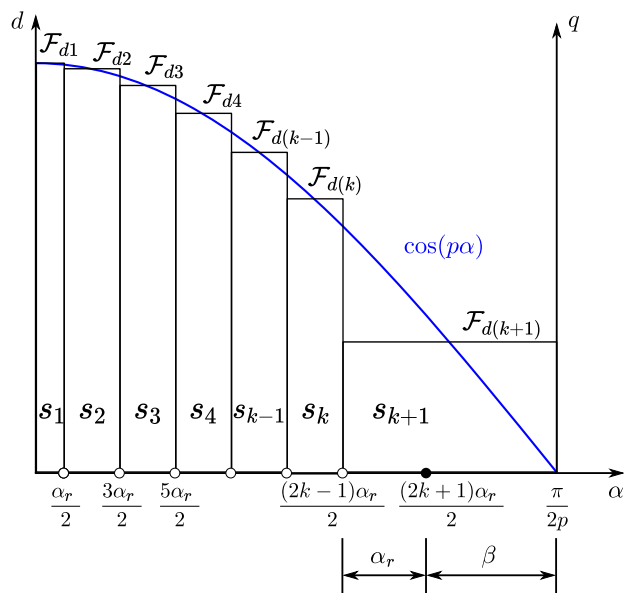
$$\alpha_r = \frac{\frac{\pi}{2p} - \beta}{k + \frac{1}{2}} \quad (1.6)$$

Obrázek 1.8 znázorňuje přehledové schéma výše popsaných parametrů na symetrii jednoho pólu rotoru. Úhel β umožňuje ovlivnit pozici v ose d a bude použit jako jeden z parametrů při optimalizaci geometrie rotoru z hlediska zvlnění točivého momentu. Vzdálenost Y_q umožňuje posunout soustavu bariér ve směru osy q a bude rovněž použita jako parametr pro optimalizaci.

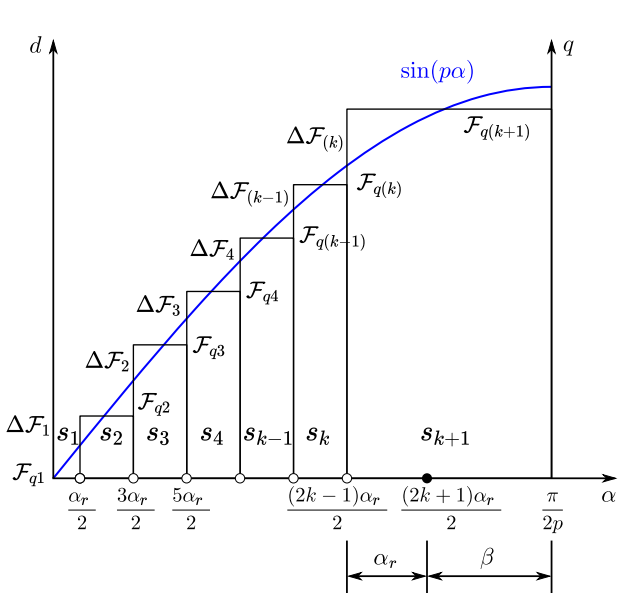
Obrázky 1.9 a 1.10 zobrazují rozložení magnetomotorické síly přes jednotlivé segmenty v obou osách d a q.



Obrázek 1.8: Schéma rozměrů geometrie rotoru [9]



Obrázek 1.9: Rozložení magnetomotorické síly přes jednotlivé segmenty v ose d [9]



Obrázek 1.10: Rozložení magnetomotorické síly přes jednotlivé segmenty v ose q [9]

Šířka bariér

Pro určení šířek bariér se vyjde z podmínky 1.3. Dále třeba stanovit vztah mezi magnetickými vodivostmi jednotlivých segmentů. Magnetické vodivosti bariér by měly být konstantní a shodné:

$$\Lambda_i = \Lambda_{i+1} \quad (1.7)$$

Magnetickou vodivost bariéry lze obecně vyjádřit jako [9]:

$$\Lambda = \frac{s_i}{b_i} \quad (1.8)$$

Pak lze rovnost magnetických vodivostí bariér napsat jako:

$$\frac{s_i}{s_{i+1}} = \frac{b_i}{b_{i+1}} \quad (1.9)$$

Dosazením této podmínky do vztahu pak pro optimální šířku bariér platí:

$$\frac{b_i}{b_{i+1}} = \left(\frac{\Delta \mathcal{F}_i}{\Delta \mathcal{F}_{i+1}} \right)^2 \quad (1.10)$$

Pro celkovou délku bariér (vzduchu) v ose q platí [9]:

$$\sum_{i=1}^k b_i = l_a = \frac{(r_{\text{rotor}} - r_{\text{shaft}})}{1 + \frac{1}{k_{wq}}} \quad (1.11)$$

Střední hodnota magnetomotorické síly v ose q v prvním segmentu:

$$\mathcal{F}_{q1} = 0 \quad (1.12)$$

Střední hodnota magnetomotorické síly v ose q ve druhém segmentu se vypočítá jako:

$$\mathcal{F}_{q2} = \frac{1}{\alpha_r} \int_{\frac{\alpha_r}{2}}^{\frac{3\alpha_r}{2}} \sin(p\alpha) d\alpha \quad (1.13)$$

Řešení integrálu substituční metodou:

$$\int \sin(p\alpha) d\alpha = \begin{bmatrix} t = p\alpha \\ dt = p d\alpha \\ d\alpha = \frac{1}{p} dt \end{bmatrix} = \frac{1}{p} \int \sin(t) dt = \frac{1}{p} (-\cos(p\alpha)) \quad (1.14)$$

Dosazením rovnice 1.14 do 1.13 se získá řešení:

$$\mathcal{F}_{q2} = \frac{-\cos(p\frac{3\alpha_r}{2}) + \cos(p\frac{\alpha_r}{2})}{p\alpha_r} \quad (1.15)$$

Pro další bariéry se postupuje obdobně na základě obrázku 1.10, tj za integrační meze se dosadí příslušné úhly a provede se výpočet. Tento postup je platný pro segmenty pořadí $i = 2, \dots, k$.

Vypočítané střední hodnoty magnetomotorických sil v jednotlivých segmentech se dosadí do rovnice 1.4. Následně se takto získané výsledky dosadí do rovnice 1.10. Vznikne soustava rovnic, která se doplní o rovnici 1.11. Výsledkem řešení této soustavy rovnic jsou šířky jednotlivých bariér v ose q.

Šířka segmentů

Šířka segmentu by měla být úměrná velikosti magnetomotorické síly v ose d, která ve vzduchové mezeře působí na daný segment[9]:

$$\frac{s_i}{s_{i+1}} = \frac{\mathcal{F}_{di}}{\mathcal{F}_{di+1}} \quad (1.16)$$

kde i je pořadí bariéry pro které platí $i = 1, \dots, k + 1$, kde k je celkový počet bariér, \mathcal{F}_{di} je magnetomotorická síla (vztažená na jednotku) působící na segment i ve směru osy d. Splněním této podmínky je tak docíleno optimálního využití železa rotoru a také stejné magnetické indukce v segmentech.

Pro první segment platí:

$$\frac{2s_1}{s_2} = \frac{\mathcal{F}_{d1}}{\mathcal{F}_{d2}} \quad (1.17)$$

Šířka prvního segmentu se v rovnici 1.17 násobí dvěma z důvodu, že na jednom pólu rotoru je pouze poloviční šířka prvního segmentu. Pro ostatní segmenty již toto neplatí. Pro celkovou délku železa v ose q platí:

$$\sum_{i=1}^{k+1} s_i = l_y = \frac{(r_{\text{rotor}} - r_{\text{shaft}})}{1 + k_{wq}} \quad (1.18)$$

Střední hodnota magnetomotorické síly v ose d v prvním segmentu se vypočítá jako:

$$\mathcal{F}_{d1} = \frac{2}{\alpha_r} \int_0^{\frac{\alpha_r}{2}} \cos(p\alpha) d\alpha \quad (1.19)$$

Řešení integrálu substituční metodou:

$$\int \cos(p\alpha) d\alpha = \left[\begin{array}{l} t = p\alpha \\ dt = p d\alpha \\ d\alpha = \frac{1}{p} dt \end{array} \right] = \frac{1}{p} \int \cos(t) dt = \frac{1}{p} \sin(p\alpha) \quad (1.20)$$

Dosazením rovnice 1.20 do 1.19 se získá řešení:

$$\mathcal{F}_{d1} = \frac{2 \sin\left(p \frac{\alpha_r}{2}\right)}{p\alpha_r} \quad (1.21)$$

Pro další segmenty se postupuje obdobně na základě obrázku 1.9, tj za integrační meze se dosadí příslušné úhly a provede se výpočet. Tento postup je platný pro segmenty pořadí $i = 1, \dots, k$.

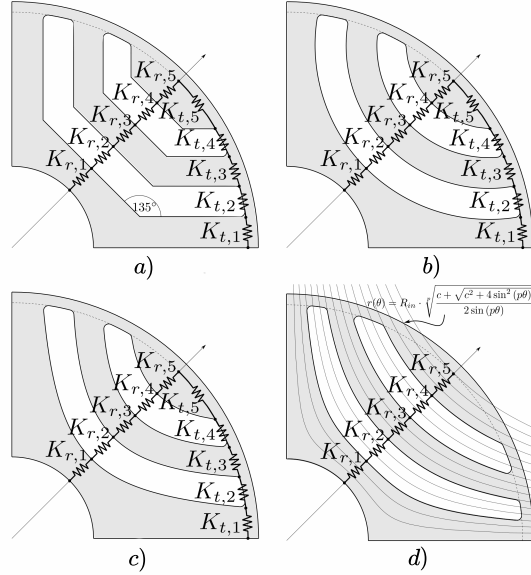
Pro poslední segment (pořadí $i = k + 1$) je nutné započíst úhel β :

$$\mathcal{F}_{dk+1} = \frac{1}{\alpha_r + \beta} \int_{-\frac{(2k-1)\alpha_r}{2}}^{\frac{\pi}{2p}} \cos(p\alpha) d\alpha = \frac{1 - \sin\left(p \frac{(2k-1)\alpha_r}{2}\right)}{p(\alpha_r + \beta)} \quad (1.22)$$

Vypočítané střední hodnoty magnetomotorických sil se dosadí do rovnice 1.16. Vznikne soustava rovnic, která se doplní o rovnici 1.18. Řešením této soustavy rovnic se získají šířky jednotlivých segmentů v ose q.

1.3.3 Volba tvaru bariér a segmentů

U konstrukčního provedení rotoru jako příčně vrstveného lze v zásadě použít čtyři varianty provedení tvarů bariér magnetického toku: obdélníkový, kruhový, hyperbolický nebo Žukovského profil.



Obrázek 1.11: Varianty geometrie příčně vrstveného rotoru:[10]

Z hlediska návrhu je výhodná geometrie rotoru s Žukovského profilem. V tomto případě je totiž nutné znát pouze jednotlivé poloměry křivek v ose q . Ostatní varianty geometrie vyžadují navíc znalost pozic bariér na obvodu rotoru.

Pro návrh geometrie rotoru jsem použil Žukovského profil. U této varianty jsou tvary bariér a segmentů přizpůsobeny přirozenému rozložení siločar magnetického pole v plném rotoru a zároveň je respektován vliv přítomnosti nemagnetické hřídele. Moghaddam v [9] uvádí obecný výraz pro průběh křivky odpovídající průběhu siločáry magnetického pole:

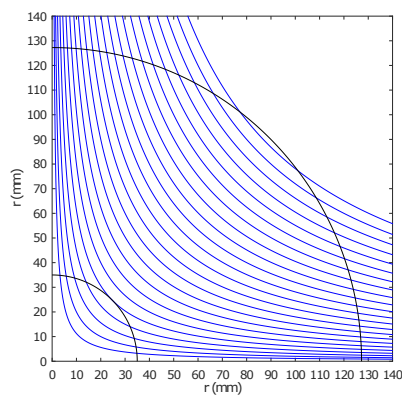
$$r(\alpha_r) = r_{\text{shaft}} \sqrt[p]{\frac{C + \sqrt{C^2 + 4 \sin^2(p\alpha_r)}}{2 \sin(p\alpha_r)}} \quad (1.23)$$

kde konstanta C je parametr, který určuje pozici křivky podle polární souřadnice bodu, který leží na této křivce [9]:

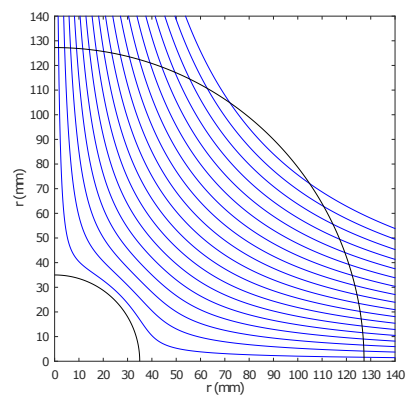
$$C = \frac{\sin(p\alpha_r) \left[\left(\frac{r}{r_{\text{shaft}}} \right)^{2p} - 1 \right]}{\left(\frac{r}{r_{\text{shaft}}} \right)^p} \quad (1.24)$$

Na konkrétním místě křivky, v tomto případě v ose q , se vypočítá požadovaný poloměr. Tento poloměr se dosadí do rovnice 1.24 a jako argument funkce sinus se dosadí úhel osy q násobený počtem pólů. Získá se tak konstanta C pro danou křivku, která se dosadí do rovnice 1.23.

Po dosazení vektoru hodnot úhlu α_r se získá vektor souřadnic bodů tvořící danou křivku. Průběh siločar magnetického pole pro rotor s magnetickou a nemagnetickou hřídelí je uveden na obrázku 1.12.



(a) Magnetická hřídel



(b) Nemagnetická hřídel

Obrázek 1.12: Průběh siločar magnetické pole v plném rotoru

Kapitola 2

Matematický popis SynRM

2.1 Obecný matematický popis a vznik reluktančního momentu

Synchronní reluktanční motor je z hlediska teorie obecného elektrického stroje elektromechanický otočný systém s jedním vinutím a proměnnou vzduchovou mezerou. Rovnice napětí jsou odvozovány podle druhého Kirchhoffova zákona.

$$u_j = R_j i_j + \frac{d\Psi_j}{dt}, \quad (2.1)$$

kde u_j je okamžitá hodnota napětí j-tého vinutí, i_j okamžitá hodnota proudu j-tého vinutí, R_j činný odpor j-tého vinutí a Ψ_j je spřažený magnetický tok j-tého vinutí.

Počet rovnic je tedy úměrný počtu vinutí stroje. V případě reluktančního motoru je vinutí pouze jedno, a to na statoru. Platí pro něj rovnice napětí:

$$u_1 = R_1 i_1 + \frac{d\Psi_1}{dt}, \quad (2.2)$$

kde u_1 je okamžitá hodnota napětí na svorkách statorového vinutí, i_1 okamžitá hodnota statorového proudu, R_1 činný odpor statorového vinutí a Ψ_1 je spřažený magnetický tok statorového vinutí.

Pro tento spřažený magnetický tok v případě lineárního magnetického obvodu platí:

$$\Psi_1 = L_{11}(\vartheta_m) i_1, \quad (2.3)$$

kde $L_{11}(\vartheta_m)$ je vlastní indukčnost statorového vinutí, která je vlivem proměnné vzduchové mezery funkcí úhlu natočení rotoru.

Obecně je spřažený tok j-tého vinutí funkcí dvou nezávislých proměnných, tj okamžité hodnoty proudu i_j a mechanického úhlu natočení ϑ_{ml}

$$\Psi_j = \Psi_j(i_1, i_2, \dots, i_n; \vartheta_{m1}, \vartheta_{m2}, \dots, \vartheta_{ml}) \quad (2.4)$$

Na základě rovnice 2.4 lze rovnici 2.1 přepsat do tvaru:

$$u_j = R_j i_j + u_{ij} + u_{irj} \quad (2.5)$$

kde

$$u_{itj} = \sum_k \frac{\partial \Psi_j}{\partial i_k} \frac{di_k}{dt} \quad (2.6)$$

je transformační napětí, které je indukováno v j-tém vinutí vlivem časových změn proudů takových cívek, které jsou s j-tým vinutím magneticky spřaženy, a kde

$$u_{irj} = \sum_l \frac{\partial \Psi_j}{\partial \vartheta_{ml}} \frac{d\vartheta_l}{dt} \quad (2.7)$$

je rotační napětí, které je indukováno v j-tém vinutí vlivem změny spřažených magnetických toků takových vinutí, které mají závislost na úhlu natočení, tj rotujících vinutí.

Pro reluktanční motor tak podle výše uvedených rovnic lze odvodit:

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + u_{it1} + u_{ir1} = R_1 i_1 + \frac{\partial \Psi_1}{\partial i_1} \frac{di_1}{dt} + \frac{\partial \Psi_1}{\partial \vartheta_m} \frac{d\vartheta_m}{dt} = \\ &= R_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{dL_{11}}{d\vartheta_m} \omega_m \end{aligned} \quad (2.8)$$

Elektromagnetický moment lze vyjádřit pomocí magnetické energie [1]:

$$m_i = \frac{\partial W_{\text{mag}}}{\partial \vartheta_m} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \vartheta_m} \left(\sum_j \sum_k L_{jk} i_j i_k \right) \quad (2.9)$$

Konkrétně pro případ reluktančního motoru:

$$m_i = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \vartheta_m} (L_{11} i_1^2) = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{\partial L_{11}}{\partial \vartheta_m} \quad (2.10)$$

Z této rovnice je patrné, že i bez přítomnosti buzení rotoru (vinutí, permanentní magnety) vzniká tzv reluktanční moment. Podmínkou jeho vzniku je však změna vlastní indukčnosti statorového vinutí (tj magnetické vodivosti) na úhlu natočení rotoru vůči statoru.

2.2 Rovnice napětí, spřažených toků a indukčností

Rovnice napětí třífázového synchronního reluktančního motoru mají tvar:

$$u_a = R_a i_a + \frac{d\Psi_a}{dt} \quad (2.11)$$

$$u_b = R_b i_b + \frac{d\Psi_b}{dt} \quad (2.12)$$

$$u_c = R_c i_c + \frac{d\Psi_c}{dt} \quad (2.13)$$

Pro spřažené toky platí:

$$\Psi_a = L_{aa} i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c \quad (2.14)$$

$$\Psi_b = L_{ba} i_a + L_{bb} i_b + L_{bc} i_c \quad (2.15)$$

$$\Psi_c = L_{ca} i_a + L_{cb} i_b + L_{cc} i_c \quad (2.16)$$

Prvky ležící na hlavní diagonále jsou vlastní indukčnosti vinutí fází statoru, prvky ležící na vedlejší diagonále jsou vzájemné indukčnosti vinutí fází statoru.

Vlastní indukčnosti vinutí statoru:

$$L_{aa} = L_{a0} + L_2 \cos 2\vartheta \quad (2.17)$$

$$L_{aa(max)} = L_{a0} + L_2 \quad (2.18)$$

$$L_{aa(min)} = L_{a0} - L_2 \quad (2.19)$$

Obdobně pro zbývající dvě fáze:

$$L_{bb} = L_{a0} + L_2 \cos 2(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) \quad (2.20)$$

$$L_{cc} = L_{a0} + L_2 \cos 2(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) \quad (2.21)$$

Vzájemné indukčnosti vinutí statoru:

$$-L_{bc} = L_{ab0} + L_2 \cos 2\vartheta \quad (2.22)$$

$$-L_{ca} = L_{ab0} + L_2 \cos 2(\vartheta - \frac{2}{3}\pi) = L_{ab0} + L_2 \cos(2\vartheta - \frac{2}{3}\pi) \quad (2.23)$$

$$-L_{ab} = L_{ab0} + L_2 \cos 2(\vartheta + \frac{2}{3}\pi) = L_{ab0} + L_2 \cos(2\vartheta + \frac{2}{3}\pi) \quad (2.24)$$

Rovnice pro výpočet vlastních a vzájemných indukčností jsou platné přesně pro sinusově rozložené vinutí [1].

Provedením lineární transformace rovnic podle [1] se získá vyjádření napěťových rovnic v souřadnicích d-q:

$$u_d = Ri_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \omega\Psi_q \quad (2.25)$$

$$u_q = Ri_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \omega\Psi_d \quad (2.26)$$

2.3 Základní vyjádření výkonu a momentu

Okamžitý elektrický výkon:

$$p = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \quad (2.27)$$

Dosazením transformačních rovnic pro napětí a proudy podle [1]:

$$p = \frac{2}{3} \frac{1}{k_d^2} u_d i_d + \frac{2}{3} \frac{1}{k_q^2} u_q i_q + \frac{1}{3} \frac{1}{k_0^2} u_0 i_0 \quad (2.28)$$

V [1] je uvedeno, že přeměňovaná energie závisí jen na členech, které v napěťových rovnicích představují rotační napětí. Zanedbáním nulových složek napětí a proudu pak po dosazení rovnic 2.25 a 2.26 do rovnice 2.28 pro vnitřní výkon platí:

$$p_i = \frac{2}{3} \frac{1}{k_d^2} (-\omega\Psi_q) i_d + \frac{2}{3} \frac{1}{k_q^2} (\omega\Psi_d) i_q \quad (2.29)$$

Za předpokladu rovnosti transformačních činitelů $k_d = k_q$:

$$p_i = \frac{2}{3} \omega \frac{1}{k_d k_q} (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) \quad (2.30)$$

Pro elektrickou úhlovou rychlost platí $\omega = p\omega_e$. Dosazením a zvolením hodnot transformačních činitelů podle Parka $k_d = k_q = \frac{2}{3}$ pak pro elektromagnetický moment platí:

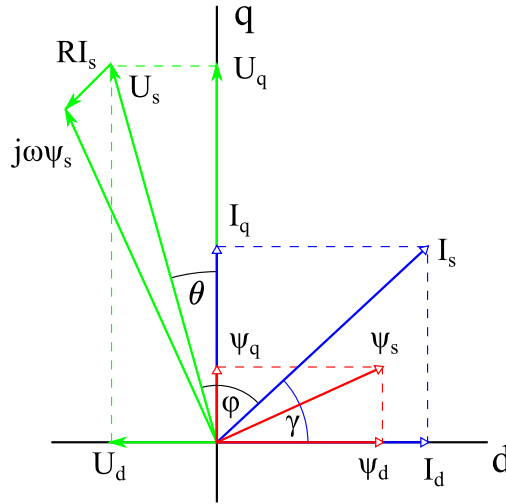
$$m_i = \frac{p_i}{\omega} = \frac{3}{2} p (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) \quad (2.31)$$

2.4 Ustálený stav, fázorový a kruhový diagram

Pro ustálený stav na základě rovnic platí:

$$\bar{U}_s = R_s \bar{I}_s + j\omega \bar{\Psi}_s \quad (2.32)$$

$$\bar{U}_s = U_d + jU_q, \bar{I}_s = I_d + jI_q, \bar{\Psi}_s = \Psi_d + j\Psi_q, \Psi_d = L_d I_d, \Psi_q = L_q I_q \quad (2.33)$$



Obrázek 2.1: Fázorový diagram synchronního reluktančního motoru

Podle fázorového diagramu lze satorový proud vyjádřit ve složkovém tvaru pomocí úhlu γ .

$$I_d = I_s \cos \gamma \quad (2.34)$$

$$I_q = I_s \sin \gamma \quad (2.35)$$

Dosazením do rovnice pro elektromagnetický moment 2.31 a úpravou se získá rovnice pro výpočet točivého momentu, pokud složky proudu i_d a i_q mají stejnou velikost:

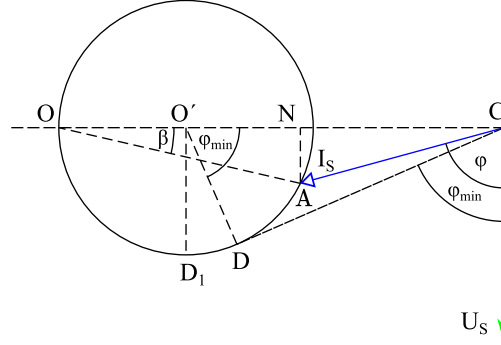
$$M_i = \frac{3}{2} p (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) = \frac{3}{2} p (L_d - L_q) I_d I_q = \frac{3}{4} p (L_d - L_q) I_s^2 \sin(2\gamma) \quad (2.36)$$

Kruhový diagram je odvozen z proudového diagramu synchronního stroje z vyniklými póly, který má $R_s = 0$, je zobrazen jako kružnice o poloměru R [2]:

$$R = \overline{O'D} = \frac{U_s}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \quad (2.37)$$

Střed kružnice O' leží ve vzdálenosti

$$\overline{O'C} = \frac{U_s}{X_q} - \frac{U_s}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) = \frac{U_s}{2} \left(\frac{1}{X_q} + \frac{1}{X_d} \right) \quad (2.38)$$



Obrázek 2.2: Kruhový diagram synchronního reluktančního motoru [2]

Maximální účinník pak lze vyjádřit podle kruhového diagramu jako

$$(\cos \varphi)_{\max} = \cos \varphi_{\min} = \frac{\overline{O'D}}{\overline{O'C}} = \frac{X_d - X_q}{X_d + X_q} = \frac{L_d - L_q}{L_d + L_q} = \frac{\xi - 1}{\xi + 1} \quad \text{kde} \quad \xi = \frac{L_d}{L_q} \quad (2.39)$$

Výkon lze určit z kruhového diagramu:

$$P_1 = \overline{AN} = \overline{OA} \sin \beta \quad \text{kde} \quad \overline{OA} = U_1 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos \beta \quad (2.40)$$

Po dosazení pak pro výkon platí

$$P_1 = \frac{3}{2} U_s^2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\beta \quad (2.41)$$

Maximální výkon je dán poloměrem kružnice R

$$P_{1\max} = 3U_s \overline{D_1 O'} = \frac{3}{2} U_s^2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \quad (2.42)$$

Kapitola 3

Řízení SynRM

Synchronní motor lze stejně jako asynchronní stroj napájet z frekvenčního měniče, resp střídače. Pro optimální řízení je nutné použít vektorové řízení (FOC - Field Oriented Control). Tento způsob řízení využívá popisu synchronního stroje v souřadnicích d-q. Řídícími veličinami je tokotvorná složka proudu i_d a momentotvorná složka proudu i_q . Podle vzájemného vztahu proudů i_d a i_q lze pak rozlišit několik strategií řízení. Uvádím dvě kritéria řízení, které jsem použil v simulaci v prostředí ANSYS Simplorer. Následující popis obou kritérií řízení je uveden na základě [16].

Kritérium minima ztrát na jednotku momentu (MTPA)

Ztráty ve vinutí:

$$\Delta P_j = \frac{3}{2} R_s (I_d^2 + I_q^2) \quad (3.1)$$

Ztráty ve vinutí na jednotku momentu:

$$\frac{\Delta P_j}{M} = \frac{\frac{3}{2} R_s (I_d^2 + I_q^2)}{\frac{3}{2} p (L_d - L_q) I_d I_q} \quad (3.2)$$

Pro určení minima ztrát ve vinutí na jednotku momentu je nutné splnit podmínku:

$$\frac{\partial(\Delta P_j / M)}{\partial(I_d / I_q)} = 0 \quad (3.3)$$

Tato podmínka je splněna v případě, kdy

$$I_d = I_q \quad (3.4)$$

Hodnota proudu v ose d I_d je omezena vlivem sycení magnetického obvodu, tedy je omezena na hodnotu magnetizačního proudu.

Pro maximální hodnotu točivého momentu při kritériu minima ztrát na jednotku momentu platí:

$$M = \frac{3}{2} p (L_d - L_q) I_{dm}^2 \quad (3.5)$$

Kritérium minima ztrát na jednotku momentu se také označuje jako kritérium maximálního točivého momentu na jednotku proudu (MTPA - Maximum Torque Per Amper).

Kritérium maximálního účinníku (MPFC - Maximum Power Factor Control)

Účinník lze vyjádřit jako:

$$\cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \frac{\frac{3}{2}p(L_d - L_q)I_d I_q \frac{\omega_s}{p}}{\frac{3}{2}|\bar{U}_s||\bar{I}_s|} = \frac{(L_d - L_q)I_d I_q}{\sqrt{(L_d I_d)^2 + (L_q I_q)^2} \sqrt{I_d^2 + I_q^2}} \quad (3.6)$$

Velikost vektoru statorového napětí $|\bar{U}_s|$ lze na základě rovnice 2.32 po zanedbání statorového odporu definovat jako:

$$|\bar{U}_s| \approx \omega_s |\bar{\Psi}_s| = \omega_s \sqrt{(L_d I_d)^2 + (L_q I_q)^2} \quad (3.7)$$

Pro určení maximálního účinníku je nutné splnit podmínku:

$$\frac{\partial(\cos(\varphi))}{\partial(I_d/I_q)} = 0 \quad (3.8)$$

Tato podmínka je splněna v případě, kdy

$$\frac{I_d}{I_q} = \sqrt{\frac{L_q}{L_d}} \quad (3.9)$$

Pro maximální hodnotu točivého momentu při kritériu maximálního účinníku platí:

$$M = \frac{3}{2}p(L_d - L_q)I_{dm}^2 \sqrt{\frac{L_d}{L_q}} \quad (3.10)$$

Kapitola 4

Návrh a výpočet SynRM

4.1 Návrh statoru

Základní vstupní parametry a rozměry

Volba typu vstupních proměnných (tabulky 4.1 a 4.2) je provedena podle postupu uvedeného v [11]. Celý výpočetní návrh je pak odvozen od postupu v [11] a rovněž jsou použity postupy a vzorce z [12]. Celý uvedený výpočet statoru je výsledkem několika iterací.

Tabulka 4.1: Základní parametry navrhovaného motoru

P_2	Jmenovitý výstupní výkon na hřídeli	50 kW
M	Jmenovitý točivý moment	318,5 Nm
n	Jmenovité otáčky	1500 min ⁻¹
$2p$	Počet pólů	4
U	Jmenovité napětí	420 V
U_{DC}	Napětí zdroje (meziobvodu střídače)	600 V

Tabulka 4.2: Zvolené vstupní hodnoty pro výpočet

J	Proudová hustota vinutí	5 A · mm ⁻²
q	Počet drážek na pól a fázi	4
B_{1dm}	Maximální magnetická indukce ve vzduchové mezeře (pro 1. harmonickou)	0,8 T
ξ	Poměr indukčností v podélném a příčném směru	10
t_p/δ	Poměr pólové rozteče ke vzduchové mezeře	210
λ	Štíhlostní poměr	0,9
δ	Délka vzduchové mezery	1 mm
K_c	Carterův činitel	1,2
K_s	Činitel sycení	0,1
K_{v1}	Činitel vinutí (pro 1. harmonickou)	0,925

Podle [13] by poměr pólové rozteče ke vzduchové mezeře t_p/δ měl být větší než 100–150 a počet drážek na pól a fázi q větší nebo roven 3.

Délka vzduchové mezery byla zvolena podle [14]:

$$\delta^* = 0,18 + 0,006 \cdot P^{0,4} = 0,2 + 0,01 \cdot (50 \cdot 10^3)^{0,4} = 0,63 \text{ mm} \quad (4.1)$$

Vzhledem ke skutečnosti, že motor je napájen ze střídače, je doporučeno zvýšit délku vzduchové mezery o 60 % pro snížení povrchových ztrát. Toto zvýšení je v tomto případě nutné i z důvodu snížení pulzačních ztrát, vlivem použití profilového vinutí a otevřených drážek [14]. Konečná délka vzduchové mezery tak bude:

$$\delta = 1,6\delta^* = 1 \text{ mm} \quad (4.2)$$

Činitel rozlohy pro 1. harmonickou:

$$K_{r1} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2m}\right)}{q \sin\left(\frac{\pi}{2mq}\right)} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot 3}\right)}{4 \sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 4}\right)} = 0,958 \quad (4.3)$$

Činitel zkrácení kroku pro 1. harmonickou:

$$K_{y1} = \sin\left(\frac{y_d}{Q_d} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{10}{12} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0,966 \quad (4.4)$$

Činitel vinutí :

$$K_{v1} = K_{r1}K_{y1} = 0,958 \cdot 0,966 = 0,925 \quad (4.5)$$

Výpočet d složky maximální magnetické indukce ve vzduchové mezeře:

$$B_{1dm} = \frac{B_{1\delta m}}{\sqrt{1 + \left(\frac{K_{qm1}}{K_{dm1}}\right)^2 \frac{L_d}{L_q}}} = \frac{0,8}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{19}\right)^2 \cdot 10}} = 0,789 \text{ T} \quad (4.6)$$

Pólová rozteč:

$$t_p = \sqrt[3]{M \frac{K_{dm1} \mu_0 \left(\frac{\tau}{\delta}\right) \left(\frac{\tau}{l}\right)}{B_{1dm}^2 p^2 \left(1 - \frac{K_{qm1}}{K_{dm1}}\right) K_c (1 + K_s) \sqrt{\frac{L_d}{L_q}}}} = \sqrt[3]{318,5 \cdot \frac{0,95 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 210 \cdot \frac{1}{0,9}}{0,789^2 \cdot 2^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{19}\right) \cdot 1,2(1+0,1) \cdot \sqrt{10}}} = 0,2081 \text{ m} \quad (4.7)$$

Průměr rotoru:

$$D_r = 2p \frac{t_p}{\pi} = 2 \cdot 2 \cdot \frac{0,2081}{\pi} = 0,265 \text{ m} \quad (4.8)$$

Délka magnetického obvodu:

$$l = \lambda t_p = 0,9 \cdot 0,2081 = 0,1873 \text{ m} \quad (4.9)$$

Výpočet ampérzávitů

Ampérzávity složka d:

$$n_d I_d = \frac{B_{1dm} \pi \delta K_c (1 + K_s)}{3\sqrt{2} \mu_0 q K_{v1} K_{dm1}} = \frac{0,789 \cdot \pi \cdot 0,001 \cdot 1,2 \cdot (1 + 0,1)}{3\sqrt{2} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 0,925 \cdot 0,95} = 174,6 \text{ A} \quad (4.10)$$

Ampérzávity složka q:

$$n_d I_q = (n_d I_d) \sqrt{\frac{L_d}{L_q}} = 174,6 \cdot \sqrt{10} = 552,1 \text{ A} \quad (4.11)$$

Celkový počet ampérzávitů:

$$n_d I = \sqrt{(n_d I_d)^2 + (n_d I_q)^2} = \sqrt{174,59^2 + 552,1^2} = 579 \text{ A} \quad (4.12)$$

Volba dovolené hodnoty magnetické indukce ve jhu statoru a v zubech statoru:

$$B_{j1} = 1,4 \text{ T} \quad B_{z1} = 1,6 \text{ T}$$

Výpočet plochy statorové drážky:

$$S_d = \frac{n_d I}{J k_d} = \frac{579}{5 \cdot 0,47} = 246,4 \text{ mm}^2 \quad (4.13)$$

Výpočet drážkové rozteče statoru:

$$t_d = \frac{t_p}{mq} = \frac{0,2081}{3 \cdot 4} = 17,3 \text{ mm} \quad (4.14)$$

Šířka statorového zubu:

$$b_z = \frac{B_{1\delta m}}{B_z} \frac{t_d}{k_{Fe}} = \frac{0,789}{1,6} \cdot \frac{17,3}{0,95} = 9 \text{ mm} \quad (4.15)$$

Šířka statorové drážky (následně zvolena podle normalizované řady 8 mm):

$$b_d = t_d - b_z = 17,3 - 9 = 8,3 \text{ mm} \quad (4.16)$$

Výška statorové drážky:

$$h_d = \frac{S_d}{b_d} = \frac{246,4}{8} = 30,8 \text{ mm} \quad (4.17)$$

Výška jha statoru:

$$h_j = \frac{B_{1\delta m}}{B_j} \frac{t_s}{\pi} = \frac{0,8}{1,4} \cdot \frac{208,1}{\pi} = 37,9 \text{ mm} \quad (4.18)$$

Výška magnetického klínu a vzdálenost magnetického klínu od vzduchové mezery:

$$h_w = 4 \text{ mm} \quad h_{w0} = 0,7 \text{ mm}$$

Vnitřní průměr statoru:

$$D_{si} = D_r + 2\delta = 265 + 2 \cdot 1 = 267 \text{ mm} \quad (4.19)$$

Vnější průměr statoru:

$$D_{so} = D_{si} + 2(h_j + h_d + h_w + h_{q0}) = 267 + 2(37,9 + 30,8 + 4 + 0,7) = 413,8 \text{ mm} \quad (4.20)$$

Činný odpor vinutí

Činný odpor vinutí je počítán podle vztahu:

$$R_{20} = \rho_{20} \frac{L}{S_{ef}} \quad (4.21)$$

kde L je celková délka efektivních vodičů jedné fáze vinutí a S_{ef} je průřez efektivního vodiče:

$$S_{ef} = \frac{n_d I}{J} = S_v n_d \Rightarrow S_v = \frac{n_d I}{J} \frac{1}{n_d} \quad (4.22)$$

kde S_v je průřez jednoho vodiče a n_d je počet vodičů v drážce.

Celková délka vodičů jedné fáze vinutí:

$$L = l_{av} q p n_d \quad (4.23)$$

Střední délka závitů:

$$l_{av} = 2(l_d + l_c) = 2 \cdot (187,3 + 291,3) = 957,2 \text{ mm} \quad (4.24)$$

Střední šířka cívky je počítána na oblouku kružnice, která prochází středem hloubky drážky

$$b_c = \frac{\pi(D_{so} - 2h_j - h_d)}{2p} \beta = \frac{\pi(413,8 - 2 \cdot 37,9 - 30,8)}{4} \cdot \frac{10}{12} = 201,1 \text{ mm} \quad (4.25)$$

kde β je poměrné zkrácení kroku.

Délka čela a vyložení čel:

$$l_c = K_c b_c + 2B = 1,2 \cdot 201,1 + 2 \cdot 25 = 291,3 \text{ mm} \quad (4.26)$$

$$l_v = K_v b_c + B = 0,33 \cdot 201,1 + 25 = 91,4 \text{ mm} \quad (4.27)$$

$$K_c = \frac{1}{\sqrt{1 - m^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,55^2}} = 1,2 \quad (4.28)$$

$$K_v = \frac{1}{2} K_c m = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 0,55 = 0,33 \quad (4.29)$$

$$m = \frac{(b + S)}{t_d} = \frac{6 + 3,5}{17,3} = 0,55 \quad (4.30)$$

Dosazením rovnic 4.22 a 4.23 do rovnice 4.21 tak pro činný odpor vinutí platí:

$$R_{20} = \rho_{20} \frac{L}{S_{ef}} = \rho_{20} l_{av} q p (n_d)^2 \frac{J}{n_d I_m} \quad (4.31)$$

$$R_{20} = 1 \cdot 1,724 \cdot 10^{-8} \cdot 957,2 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 2 (n_d)^2 \frac{5 \cdot 10^6}{579} = 1,14 \cdot 10^{-3} (n_d)^2 \Omega$$

Při uvažování vlivu teploty na hodnotu činného odporu (uvažovaná teplota vinutí je $t = 75 \text{ } ^\circ\text{C}$) pak platí:

$$R_s = R_{75} = R_{20}(1 + \alpha_{Cu} \Delta\vartheta) = 1,14 \cdot 10^{-3} (n_d)^2 (1 + 3,92 \cdot 10^{-3} \cdot 55) = 1,386 \cdot 10^{-3} (n_d)^2 \Omega \quad (4.32)$$

Rozptylová indukčnost

Činitel magnetické vodivosti drážkového rozptylu λ_d (otevřené drážky):

$$\begin{aligned}\lambda_d &= \frac{h_d - h_p - h_v}{3b_d} k'_\beta + \frac{h_w + h_{w0}}{b_d} k_\beta + \frac{h_v}{4b_d} = \\ &= \frac{30,8 - 0,5 - 1}{3 \cdot 8} 0,906 + \frac{4 + 0,7}{8} 0,875 + \frac{1}{4 \cdot 8} = 1,651\end{aligned}\quad (4.33)$$

Výpočet činitelů k'_β a k_β :

$$\begin{aligned}k'_\beta &= 0,25(1 + 3\beta) = 0,25(1 + 3 \cdot \frac{10}{12}) = 0,875 \\ k_\beta &= 0,25(1 + 3k'_\beta) = 0,25(1 + 3 \cdot 0,875) = 0,906\end{aligned}\quad (4.34)$$

Činitel magnetické vodivosti rozptylu čel: λ_ε

$$\lambda_\varepsilon = 0,34 \frac{q}{l} (l_\varepsilon - 0,64\beta t_p) = \frac{0,34 \cdot 4}{0,1873} \left(0,2913 \cdot 3 - 0,64 \cdot \frac{10}{12} \cdot 0,2081 \right) = 1,309 \quad (4.35)$$

Činitel magnetické vodivosti: diferenčního rozptylu λ_{dif}

$$\lambda_{dif} = \frac{t_d}{12\delta k_c} \xi = \frac{17,3}{12 \cdot 1 \cdot 1,2} \cdot 0,801 = 0,962 \quad (4.36)$$

Činitel ξ :

$$\xi = k'' q^2 + 2k'_\beta - k_{v1}^2 (1 + \Delta_z) = 0,0035 \cdot 4^2 + 2 \cdot 0,875 - 0,925^2 (1 + 0,175) = 0,801 \quad (4.37)$$

Celkový činitel magnetické vodivosti λ

$$\lambda = \lambda_d + \lambda_\varepsilon + \lambda_{dif} = 1,651 + 1,309 + 0,962 = 3,922 \quad (4.38)$$

Rozptylová indukčnost:

$$L_\sigma = 2\mu_0 \frac{N^2}{pq} l \lambda = 2\mu_0 n_d^2 p q l \lambda = 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot n_d^2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 0,1873 \cdot 3,922 = 1,477 \cdot 10^{-5} (n_d)^2 \text{ H} \quad (4.39)$$

Magnetizační indukčnosti

Výpočet magnetizační indukčnosti (vztah platí pro rovnoměrnou vzduchovou mezeru)

$$L_\mu = 6\mu_0 t_p l \frac{(pq K_{v1} n_d)^2}{\pi^2 p \delta K_c (1 + K_s)} \quad (4.40)$$

$$L_\mu = 6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,2081 \cdot 0,1873 \cdot \frac{(2 \cdot 4 \cdot 0,925 \cdot n_d)^2}{\pi^2 \cdot 2 \cdot 0,001 \cdot 1,2(1 + 0,1)} = 6,1763 \cdot 10^{-4} (n_d)^2 \text{ H}$$

Magnetizační indukčnost složka q:

$$L_{q\mu} = L_\mu \cdot \frac{1}{20} = 6,1763 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1}{20} = 3,0882 \cdot 10^{-5} (n_d)^2 \text{ H} \quad (4.41)$$

Magnetizační indukčnost složka d:

$$L_{d\mu} = L_\mu \cdot \frac{19}{20} = 6,1763 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{19}{20} = 5,8675 \cdot 10^{-4} (n_d)^2 \text{ H} \quad (4.42)$$

Pro synchronní indukčnosti v ose d a q pak platí:

$$L_d = L_{d\mu} + L_\sigma = 5,8675 \cdot 10^{-4}(n_d)^2 + 1,477 \cdot 10^{-5}(n_d)^2 = 6,0152 \cdot 10^{-4}(n_d)^2 \text{ H} \quad (4.43)$$

$$L_q = L_{q\mu} + L_\sigma = 3,0882 \cdot 10^{-5}(n_d)^2 + 1,477 \cdot 10^{-5}(n_d)^2 = 4,5652 \cdot 10^{-5}(n_d)^2 \text{ H} \quad (4.44)$$

Počet vodičů v drážce

Podle rovnic 2.25 a 2.26 platí pro napětí v osách d a q v ustáleném stavu:

$$U_d = -\omega_e L_q I_q + R_s I_d \quad (4.45)$$

$$U_q = \omega_e L_d I_d + R_s I_q \quad (4.46)$$

Po dosazení:

$$U_d = -2 \frac{\pi}{30} 1500 \cdot 4,5697 \cdot 10^{-5}(n_d)^2 \cdot \frac{552,1}{n_d} + 1,386 \cdot 10^{-3}(n_d)^2 \cdot \frac{174,6}{n_d} \quad (4.47)$$

$$U_d = -7,684 n_d \text{ V}$$

$$U_q = \frac{\pi}{30} 1500 \cdot 6,0157 \cdot 10^{-4}(n_d)^2 \cdot \frac{174,6}{n_d} + 1,386 \cdot 10^{-3}(n_d)^2 \cdot \frac{552,1}{n_d} \quad (4.48)$$

$$U_q = 33,763 n_d \text{ V}$$

Celkové napětí:

$$U = \sqrt{U_d^2 + U_q^2} = \sqrt{(-7,684 n_d)^2 + (33,763 n_d)^2} = 34,6 n_d \text{ V} \quad (4.49)$$

Počet vodičů v drážce je pak:

$$n_d = \frac{U}{34,6} = \frac{420}{34,6} = 12,1 \Rightarrow 12 \quad (4.50)$$

Počet závitů vinutí:

$$N = \frac{n_d Q}{2m} = n_d p q = 12 \cdot 2 \cdot 4 = 96 \quad (4.51)$$

Nyní lze dopočítat veličiny, kde byl počet vodičů v drážce parametr:

Jmenovitý proud (efektivní a amplitudové hodnoty):

$$\begin{array}{lll} I_d = 14,55 \text{ A} & I_q = 46 \text{ A} & I = 48,25 \text{ A} \\ I_{dm} = 20,6 \text{ A} & I_{qm} = 65,1 \text{ A} & I_m = 68,2 \text{ A} \end{array}$$

Magnetizační indukčnosti a rozptylová indukčnost:

$$L_{d\mu} = 84,492 \cdot 10^{-3} \text{ H} \quad L_{q\mu} = 4,447 \cdot 10^{-3} \text{ H} \quad L_\sigma = 2,127 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

Synchronní indukčnosti a činný odpor statorového vinutí:

$$L_d = 86,619 \cdot 10^{-3} \text{ H} \quad L_q = 6,574 \cdot 10^{-3} \text{ H} \quad R_s = 0,2 \Omega$$

Podle rovnice 2.36 lze nyní vypočítat i hodnotu elektromagnetického momentu:

$$M_i = \frac{3}{2} p (L_d - L_q) I_{dm} I_{qm} = 3 \cdot (86,619 \cdot 10^{-3} - 6,574 \cdot 10^{-3}) \cdot 20,6 \cdot 65,1 = 322 \text{ Nm} \quad (4.52)$$

Výpočet magnetického obvodu

Průřez jednoho vodiče:

$$S_v = \frac{I}{J} = \frac{48,25}{5} = 9,65 \text{ mm}^2 \quad (4.53)$$

Průřez drážky:

$$S_d = b_d h_d = 8 \cdot 30,8 = 246,4 \text{ mm}^2 \quad (4.54)$$

Činitel plnění drážky:

$$k_{dr} = \frac{S_v n_d}{S_d} = \frac{6 \cdot 1,6 \cdot 12}{246,4} = 0,47$$

Carterův činitel pro otevřené drážky:

$$k_c = \frac{t_d}{t_d - \kappa b_d} = \frac{17,3}{17,3 - 0,619 \cdot 8} = 1,4 \quad (4.55)$$

Činitel κ :

$$\kappa = \frac{2}{\pi} \left(\arctan \frac{b_d}{2\delta} - \frac{2\delta}{b_d} \ln \sqrt{1 + \left(\frac{b_d}{2\delta} \right)^2} \right) = \frac{2}{\pi} \left(\arctan \frac{8}{2} - \frac{2}{8} \ln \sqrt{1 + \left(\frac{8}{2} \right)^2} \right) = 0,619 \quad (4.56)$$

Pro snížení Carterova činitele jsem použil do otevřených drážek magnetické klíny s relativní permeabilitou $\mu_r = 10$. Výška magnetického klínu $h_w = 4 \text{ mm}$, vzdálenost magnetického klínu od vnějšího průměru statoru $h_{w0} = 0,7 \text{ mm}$.

Použitím magnetických klínů se otevřené drážky jeví magneticky jako polootevřené a dochází ke zlepšení průběhu magnetické indukce ve vzduchové mezeře, tj sníží se obsah drážkových vyšších harmonických. Tento fakt následně bude mít důsledek ve snížení přídavných ztrát (povrchové a pulzační) a také povede ke snížení zvlnění točivého momentu, jehož průběh je ovlivněn zejména vyššími drážkovými harmonickými.

Pro výpočet Carterova činitele pro otevřené drážky s magnetickými klíny jsem použil vztah uvedený v [15], kde se autoři zabývají odvozením vztahů, kterým lze analyticky vypočítat Carterův činitel pokud jsou použity magnetické klíny:

$$\begin{aligned} k_c &= \frac{t_d}{(t_d - b_d) + \frac{4h_w\delta}{b_d} \mu_r \ln \left(\frac{\frac{b_d^2}{4h_w} + \mu_r(\delta + h_{w0})}{\mu_r(\delta + h_{w0})} \right) + 2\delta \ln \left(\frac{\delta + h_{w0}}{\delta} \right)} \\ &= \frac{17,3}{(17,3 - 8) + \frac{4 \cdot 4 \cdot 1}{8} \cdot 10 \ln \left(\frac{\frac{8^2}{4 \cdot 4} + 10(1 + 0,7)}{10(1 + 0,7)} \right) + 2 \cdot 1 \ln \left(\frac{1 + 0,7}{1} \right)} = 1,19 \end{aligned} \quad (4.57)$$

Tento vztah konkrétně respektuje nenulovou vzdálenost magnetického klínu od vnitřního průměru statoru a platí za předpokladu, že magnetické klíny nejsou nasyceny. Tato analyticky vypočítaná hodnota bude později porovnána s hodnotou, vypočítanou na základě analýzy MKP.

Následující výpočet magnetických napětí slouží zejména pro znázornění poměrů v magnetickém obvodu, výpočtu činitele syčení a následný výpočet magnetizačního proudu pro porovnání s hodnotou magnetizačního proudu I_d (proud při poloze rotoru v ose d, tj. chod naprázdno) vypočítanou dříve. Magnetické napětí vzduchové mezery:

$$U_{m\delta} = \frac{2}{\mu_0} B_\delta \delta k_c = \frac{2}{\mu_0} 0,8 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot 1,19 = 1515,2 \text{ A} \quad (4.58)$$

Magnetické napětí zubů statoru:

$$U_{mz} = 2H_{z1/3}h_d = 2 \cdot 1345 \cdot 30,8 \cdot 10^{-3} = 82,9 \text{ A} \quad (4.59)$$

Magnetické napětí jha statoru:

$$U_{mj1} = cH_{j1}t_{j1} = 0,25 \cdot 333 \cdot 295,2 \cdot 10^{-3} = 24,6 \text{ A} \quad (4.60)$$

Koeficient c zohledňuje nerovnoměrnost intenzity magnetického pole ve jhu statoru, jelikož intenzita magnetického pole v ose pólu je podstatně vyšší, než na jiných místech jha. Pro danou maximální magnetickou indukci ve jhu statoru jsem zvolil hodnotu koeficientu c podle [14].

Délka pólové rozteče uprostřed jha statoru:

$$t_{j1} = \frac{\pi(D_{so} - h_j)}{2p} = \frac{\pi(413,8 - 37,9)}{4} = 295,2 \text{ mm} \quad (4.61)$$

Magnetické napětí jha rotoru:

$$U_{mj2} = H_{j2}l_{j2} = 158 \cdot 230 \cdot 10^{-3} = 36,3 \text{ A} \quad (4.62)$$

$$l_{j2} = 2r_r - r_{sh} = 2 \cdot 132,5 - 35 = 230 \text{ mm} \quad (4.63)$$

Celkové magnetické napětí magnetického obvodu na pólovou dvojici:

$$F_m = U_{m\delta} + U_{mz1} + U_{mj1} + U_{mj2} = 1515,2 + 82,9 + 24,6 + 36,3 = 1659 \text{ A} \quad (4.64)$$

Činitel syčení:

$$k_\mu = \frac{F_m}{U_{m\delta}} = \frac{1659}{1515,2} = 1,09 \quad (4.65)$$

Magnetizační proud vypočítaný z celkového magnetomotorického napětí:

$$I_\mu = \frac{pF_m}{0,9mN_1k_{v1}} = \frac{2 \cdot 1659}{0,9 \cdot 3 \cdot 96 \cdot 0,925} = 13,84 \text{ A} \quad (4.66)$$

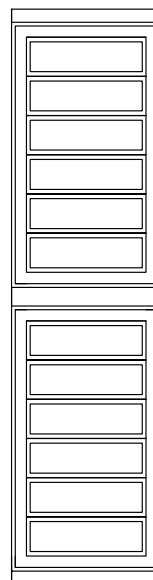
Magnetizační proud vypočítaný podle 4.11 a 4.50:

$$I_\mu = I_q = 14,55 \text{ A} \quad (4.67)$$

Magnetizační proud vypočítaný pomocí magnetických napětí je oproti magnetizačnímu proudu vypočítaném při předchozím návrhu nižší o 0,7 A. Tento rozdíl bude způsoben zejména analyticky vypočítanou hodnotou Carterova činitele, který bude zřejmě i přes přítomnost magnetických klínů o něco málo vyšší než vypočítaná hodnota. Pro analýzu pomocí MKP bude za hodnotu magnetizačního proudu považována hodnota $I_q = 14,55 \text{ A}$.

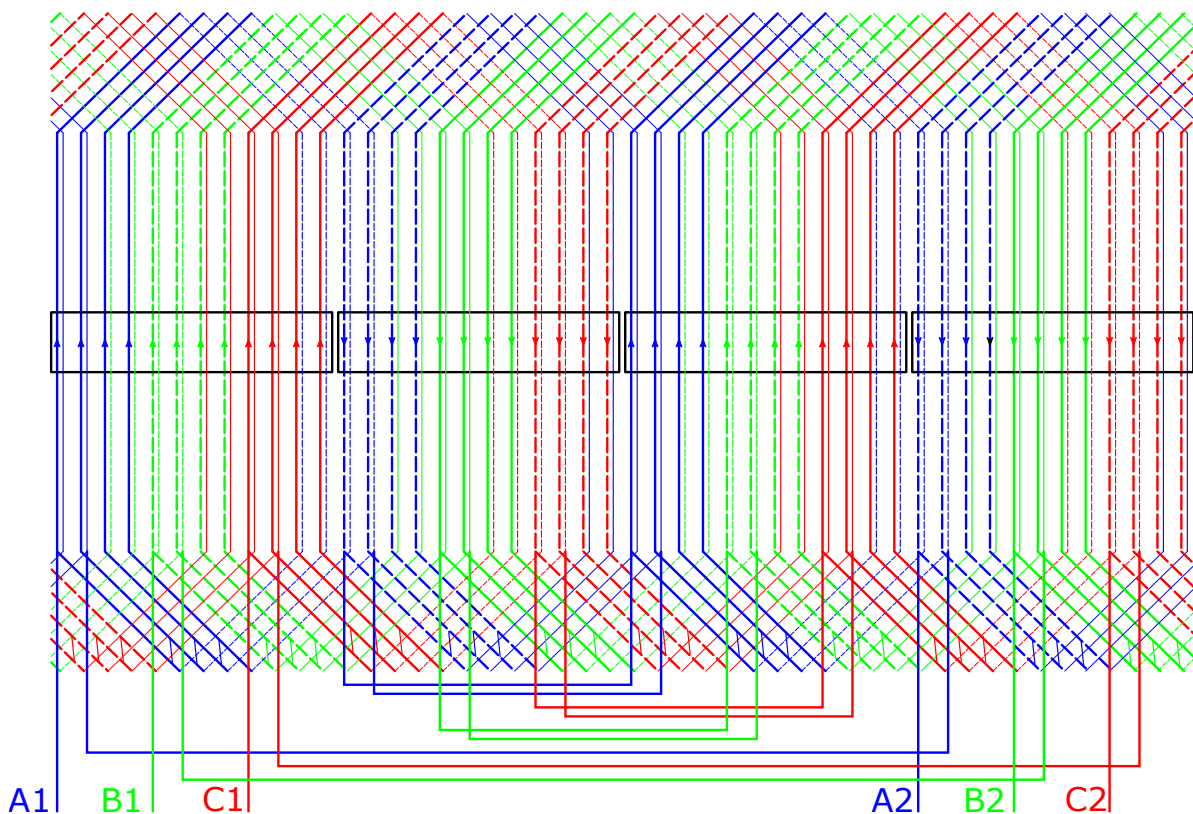
Doplňující informace a schémata k vinutí

	Šířka (mm)	Výška (mm)
Vodič	6	1,6
Izolace vodiče	0,4	0,5
Σ Vodiče 12x	6,4	25,2
Remikapáska	4x 0,15	4x 0,15
Lakovaná skelná páska	0,2	0,2
Σ Drážková izolace	2x 0,8	4x 0,8
Podložka na dno drážky	\approx drážka	0,7
Vložka mezi vrstvami	\approx drážka	1
Podložka pod klín	\approx drážka	0,7
Σ Vložky	\approx drážka	2,4
Σ Drážka	8	30,8



Tabulka 4.3: Rozměry vodičů a izolace vinutí

Obrázek 4.1: Řez drážkou s vinutím

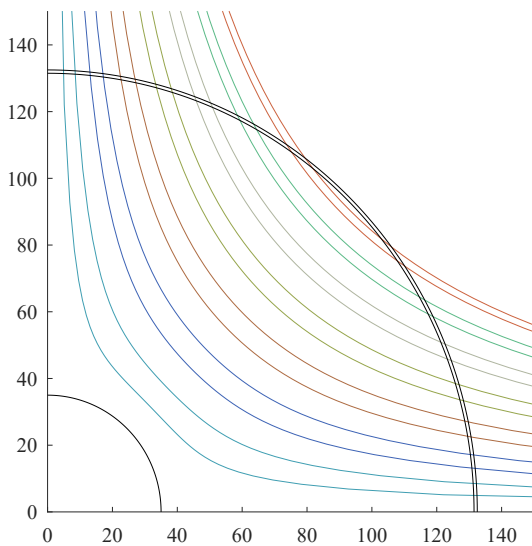


Obrázek 4.2: Rozvinuté schéma vinutí

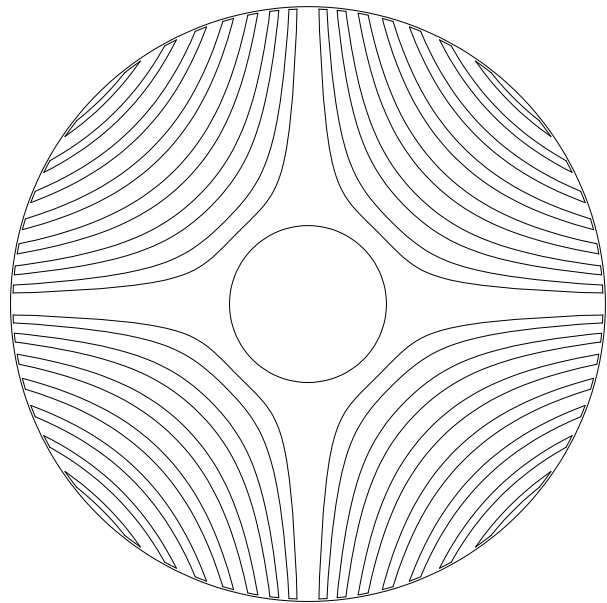
4.2 Návrh rotoru

Pro zvolený počet statorových drážek na pól a fázi $q = 4$ je určen počet rotorových drážek na pól pár podle vztahu 1.2. Pro $n_s = 24$ odpovídá $n_r = 28$. Počet bariér je tedy $k = 7$. Vstupními parametry pro vytvoření geometrie rotoru jsou: poloměr hřídele, poloměr rotoru, izolační poměr, úhel β , vzdálenost Y_q a doplňujícím parametrem je šířka tangenciálního můstku.

V software Octave jsem napsal skript, který provádí následující operace. Podle počtu bariér jsou podle kapitoly 1.3.2 sestaveny soustavy lineárních rovnic pro rozměry bariér a segmentů. Tyto rovnice jsou následně vyřešeny a jsou tak získány šířky bariér a segmentů v ose q . Následně se vypočítají poloměry jednotlivých křivek v ose q , které reprezentují rozmístění bariér a segmentů v ose q . Z těchto poloměrů se postupným dosazením do rovnice 1.24 vypočítají dané konstanty C . Tyto vypočítané konstanty se pak dosazují do rovnice 1.23, kde se pak pomocí vektoru hodnot úhlu α_r na daném intervalu vypočítají body ležící na dané křivce. Tato soustava křivek pak tvoří segmenty a bariéry viz obrázek 4.4. Takto vzniklá soustava křivek je pak importována do software AutoCAD, kde je provedena úprava geometrie až na finální podobu rotoru určeného pro import do prostředí ANSYS Maxwell.



Obrázek 4.3: Výstup ze software Octave



Obrázek 4.4: Výstup ze software AutoCAD

Skript napsaný v software Octave umožňuje změnou vybraných parametrů (počet bariér, izolační poměr, úhel β , vzdálenost Y_q) generovat geometrie rotoru a ty pak použít v prostředí ANSYS Maxwell pro analýzu a optimalizaci viz kapitola 5.5.

Kapitola 5

2D model a analýza SynRM v prostředí ANSYS Maxwell

5.1 Sestavení 2D modelu

5.1.1 Stator

Pro geometrii statoru jsem využil předdefinovaný prvek z knihovny RMxpert SlotCore, tj jádro kruhového tvaru s drážkami. Tomuto parametrickému modelu jsem přiřadil vypočítané geometrické parametry. Jako materiál jsem použil plech pro elektrotechniku o tloušťce 0,5 mm typu M530-50A.

5.1.2 Vinutí

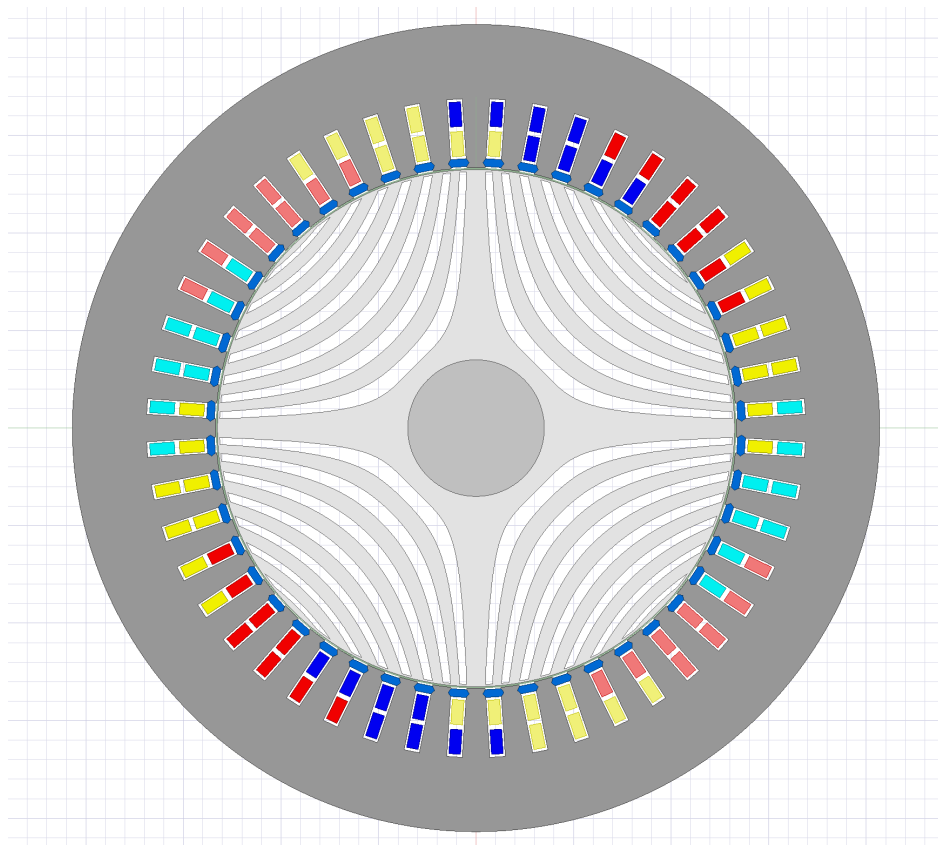
Geometrie vinutí je vytvořena tak, že každá vrstva cívky je dána obdélníkem, kterému je přiřazen materiál vinutí, tj měď, o definované vodivosti. Rozměry a poloha cívek v drážce je dána na základě předchozího výpočtu viz tabulka 4.3.

5.1.3 Rotor

Geometrie rotoru je vytvořena postupem uvedeným v kapitole 4.2. Takto vygenerovaná geometrie je importována do prostředí ANSYS Maxwell. Jako materiál jsem opět použil plech pro elektrotechniku o tloušťce 0,5 mm typu M530-50A.

5.1.4 Magnetické klíny a hřídel

Materiál magnetických klínů má relativní permeabilitu $\mu_r = 10$. Pro nemagnetické klíny lze pak jednoduše změnit relativní permeabilitu na $\mu_r = 1$. Hřídel je z nemagnetického materiálu o daném zvoleném rozměru.



Obrázek 5.1: Sestavená geometrie motoru v prostředí ANSYS Maxwell

5.2 Popis magnetostatické analýzy

Magnetostatická analýza je použita pro zobrazení rozložení magnetické indukce a siločar magnetického pole ve stroji, pro zobrazení průběhu magnetické indukce ve vzduchové mezeře a následné FFT pro zobrazení amplitud harmonických magnetické indukce.

Jednotlivým plochám cívek je nastaven proud, odpovídající ampérzávitům, tedy součinu příslušné okamžité hodnoty proudu a počtu vodičů v cívce. Proud je nastaven tak, aby maximální hodnota proudu byla ve fázi B. Ostatním fázím A a C je pak nastaven poloviční proud. Poloha nulového zátěžného úhlu je pak taková, kdy osa q rotoru je zároveň s osou pólu statoru. Rotoru se přiřadit parametr Torque pro výpočet hodnoty točivého momentu.

5.3 Popis výpočtu synchronních indukčností

Odvození vztahu pro výpočet synchronní indukčnosti [16]:

Vztah pro indukované napětí první harmonické:

$$U_{i1} = \sqrt{2}\pi f k_{v1} N_1 \phi_1 \quad (5.1)$$

Magnetický tok první harmonické:

$$\phi_1 = \frac{2}{\pi} B_{\delta 1} l t_p \quad (5.2)$$

Dosazením do vztahu pro výpočet induktivní reaktance:

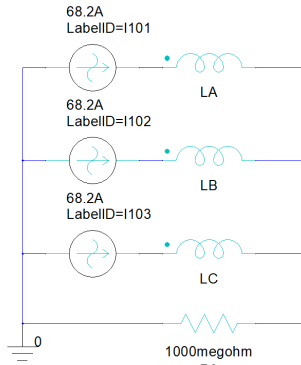
$$X_L = \frac{U_{i1}}{I} = \frac{2\sqrt{2}f B_{\delta 1} l t_p N_1 k_{v1}}{I} \quad (5.3)$$

Pro výpočet synchronní indukčnosti pak platí:

$$L_{(d,q)} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\pi} B_{\delta 1(d,q)} l t_p N_1 k_{v1}}{I} \quad (5.4)$$

Amplituda první harmonické magnetické indukce ve vzduchové mezeře se získá z magnetostatické analýzy. Středem vzduchové mezery je po celém obvodu vedena křivka, na které je po provedení analýzy zobrazen průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Následně je v prostředí ANSYS Maxwell provedena FFT a tím se získá diskretní amplitudové spektrum průběhu magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Změnou hodnoty proudu ve fázích a úhlu natočení rotoru lze pak získat a vypočítat hodnoty magnetické indukce ve vzduchové mezeře a synchronních indukčností.

5.4 Popis transientní analýzy



Obrázek 5.2: Schéma externího obvodu vinutí

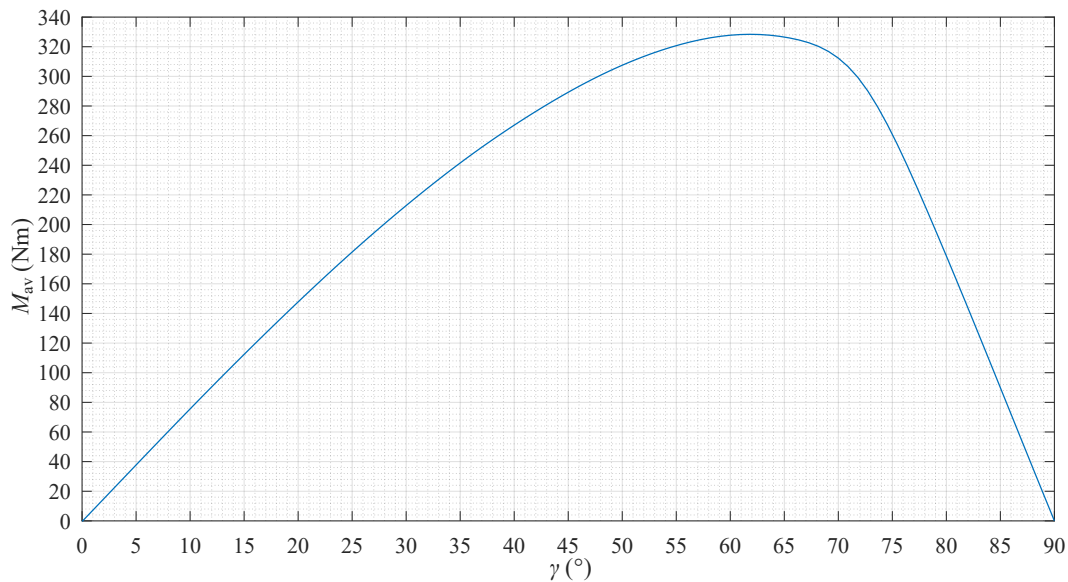
Jednotlivým plochám cívek již není přiřazován proud, ale počet vodičů. Tím se postupně vytvoří všechny cívky. Následně jsou vytvořeny fáze, kterým jsou přiřazeny dané cívky. V nastavení jednotlivých fází se nastaví externí buzení a vytvoří se externí obvod. Pro každou fázi se vytvoří proudový zdroj o dané amplitudě proudu, a s takovým fázovým posuvem, aby maximální hodnota proudu v čase $t = 0$ byla ve fázi A. Rotoru se přiřadí parametr Torque pro výpočet točivého momentu a rotor se natočí pomocí rotace do polohy, kdy osa q rotoru je zároveň s osou fáze A. V okně Design Settings se nastaví délka modelu. Pro zrychlení výpočtu je možné využít symetrie stroje a zredukovat model stroje na jeden pól. Je však nutné správně nastavit okrajové podmínky. V okně Design Settings je pak nutné na kartě Symmetry Multiplier nastavit počet částí, které tvoří celek. Nakonec se vytvoří tvz Band okolo rotoru. Tím se definuje pohyblivá část stroje. Této oblasti se přiřadí typ pohybu, fixní otáčky a počáteční úhel natočení.

5.5 Optimalizace geometrie rotoru

Optimalizace je prováděna s magnetickými drážkovými klíny o relativní permeabilitě $\mu_r = 10$.

5.5.1 Momentová charakteristika

Pro určení závislosti točivého momentu na úhlu proudu γ je nejprve nastaven vypočítaný jmenovitý proud. Následně je vytvořena parametrická analýza, ve které je nastaven interval hodnot úhlů natočení rotoru (Band \Rightarrow nastavení počátečního úhlu \Rightarrow definování proměnné), pro které má být provedena analýza. Pro každou hodnotu je provedena časová analýza o dané délce. Tím se získá daný průběh točivého momentu. Pro každý takový průběh je pak vypočítána střední hodnota točivého momentu. Obrázek 5.3 zobrazuje získanou závislost střední hodnoty točivého momentu na úhlu γ mezi složkami i_d a i_q statorového proudu.

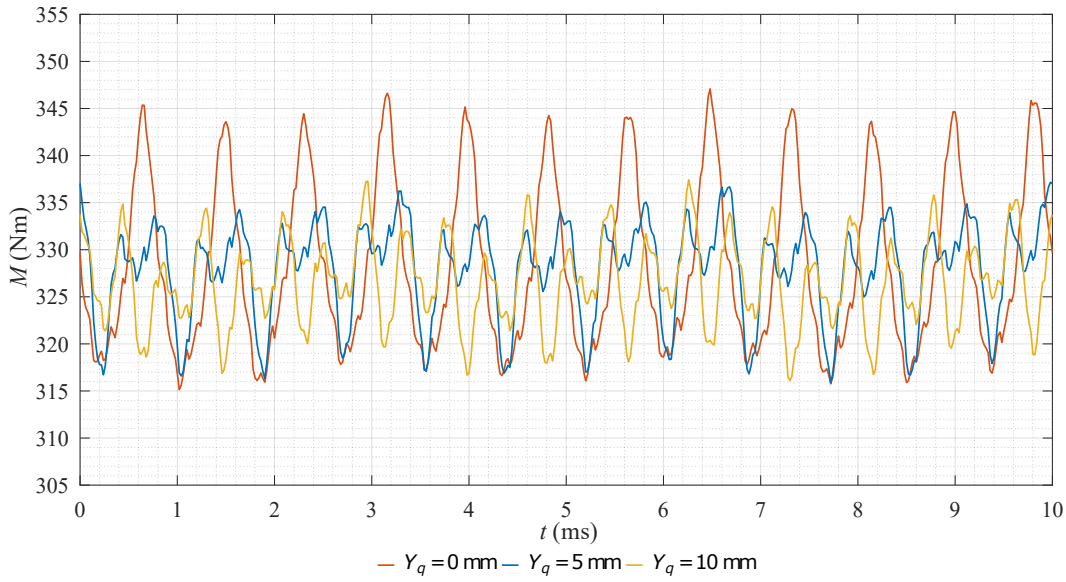


Obrázek 5.3: Závislost střední hodnoty točivého momentu na úhlu proudu γ

Z uvedené závislosti je patrné, že maximum točivého momentu nastává pro navržený motor při úhlu proudu $\gamma = 62^\circ$.

5.5.2 Parametr Y_q

Výchozí velikost parametru Y_q je 0 mm. Změnou tohoto parametru se posouvá celá sestava bariér a segmentů ve směru osy q a rozšiřuje se první segment. Analýzu vlivu velikosti tohoto parametru na velikost střední hodnoty a točivého momentu a zvlnění točivého momentu jsem provedl pro hodnoty Y_q 0, 5 a 10 mm.



Obrázek 5.4: Průběhy točivého momentu pro různé hodnoty parametru Y_q

Y_q (mm)	M_{av} (Nm)	M_{ripp} (%)
0	328,4	9,7
5	328,1	6,5
10	326,6	6,5

Tabulka 5.1: Střední hodnoty a zvlnění točivého momentu pro různé hodnoty parametru Y_q

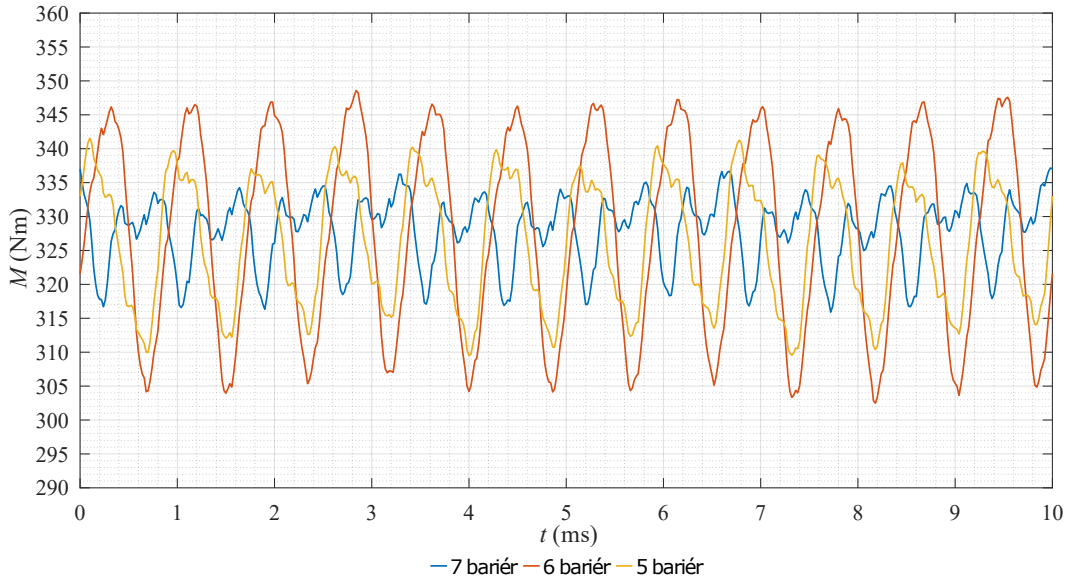
Z tabulky 5.1 je zřejmé, že změna parametru Y_q má určitý vliv na střední hodnotu točivého momentu a na zvlnění točivého momentu. Jako výchozí hodnota pro další optimalizaci je vybrána hodnota $Y_q = 5$ mm. Jelikož lze tímto parametrem ovlivnit šířku prvního segmentu, tj oblast kolem hřídele, bude mít tento parametr také význam při návrhu rotoru z hlediska mechanického namáhání.

5.5.3 Počet bariér k

Počet bariér je stanoven na základě rozboru v kapitole 1.3.1. Pro zvolený počet statorových drážek $Q = 48$ je počet statorových drážek na pólpár $q_s = 24$. Při volbě $q_s = q_r$ je počet rotorových drážek na pól 12, počet bariér je pak 6. Při dodržení podmínky 1.2 je pak pro $q_s + 4 = 28$ počet bariér na pól 7, a pro $q_s - 4 = 20$ je počet bariér na pól 5.

Podle kapitoly jsou vytvořeny geometrie rotoru pro počet bariér 5, 6 a 7. Jednotlivé geometrie jsou postupně aplikovány a z časové analýzy získány průběhy točivého momentu, ze kterých jsou získány střední hodnoty točivého momentu a hodnoty zvlnění točivého momentu. Hodnoty jsou získávány při maximálním momentu, tedy při úhlu proudu 62 deg a jmenovitých hodnotách proudu.

Následně jsou z magnetostatické analýzy získány hodnoty prvních harmonických magnetické indukce a z nich jsou vypočítány hodnoty synchronních indukčností v osách d a q. Tyto hodnoty jsou získávány při simulaci chodu naprázdno, tedy rotor v poloze d a při vypočítaném magnetizačním proudu.



Obrázek 5.5: Průběhy točivého momentu pro různé počty bariér

Počet Bariér	M_{av} (Nm)	M_{ripp} (%)	L_d (mH)	L_q (mH)	ξ
5	326,3	9,8	85,537	8,513	10
6	327,8	14,1	85,828	8,417	10,20
7	328,1	6,5	86,246	8,406	10,26

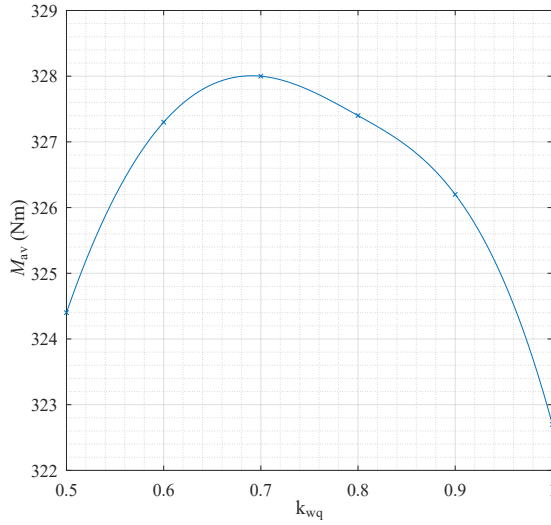
Tabulka 5.2: Vybrané parametry pro různé počty bariér

Z průběhů na obrázku 5.5 a hodnot z tabulky 5.2 je patrné, že pro $q_r = q_s$ je zvlnění točivého momentů největší. Při volbě $q_r = q_s - 4$ se zvlnění točivého momentu mírně sníží, ale se zmenším počtu bariér se sníží i střední hodnota točivého momentu. Volba $q_r = q_s + 4$ dává nejlepší výsledky. Zvlnění točivého momentu je znatelně sníženo a i střední hodnota točivého momentu je vyšší.

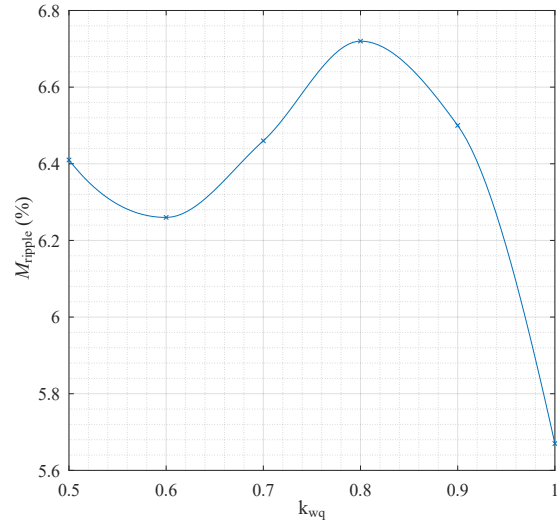
S rostoucím počtem bariér se zvyšuje také podélná synchronní indukčnost a klesá příčná synchronní indukčnost. Tím se zvyšuje poměr synchronních indukčností ξ , důsledkem čehož se zvyšuje dosažitelný točivý moment při daném proudu a rovněž se zvyšuje účinnost stroje. Jak je však z tabulky 5.2 patrné, rozdíly v synchronních indukčnostech jsou pro dané počty bariér již nepatrné.

5.5.4 Izolační poměr k_{wq}

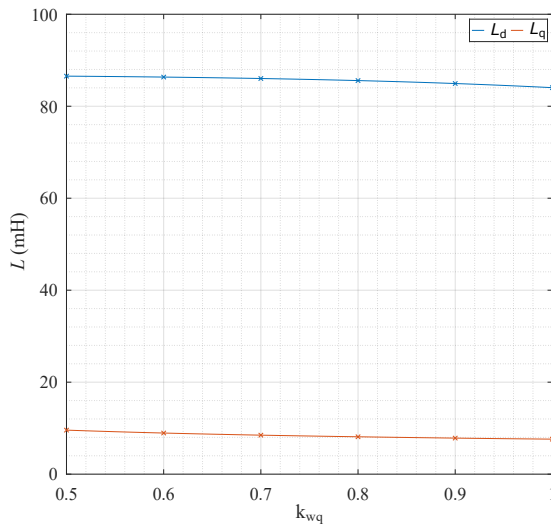
Pro zvolený počet bariér jsou pro hodnoty izolačního poměru v ose q k_{wq} od 0,5 do 1 vytvořeny dané geometrie. Obdobným postupem jak v předchozí kapitole jsou získány střední hodnoty točivého momentu, hodnoty zvlnění točivého momentu, hodnoty synchronních indukčností v osách d a q a hodnoty poměru synchronních indukčností.



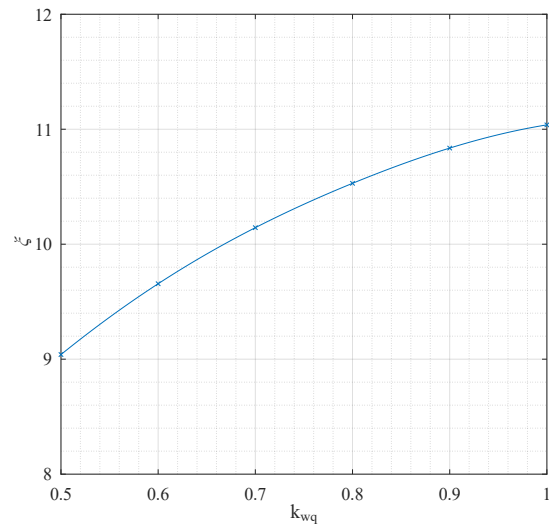
Obrázek 5.6: Střední hodnota točivého momentu v závislosti na k_{wq}



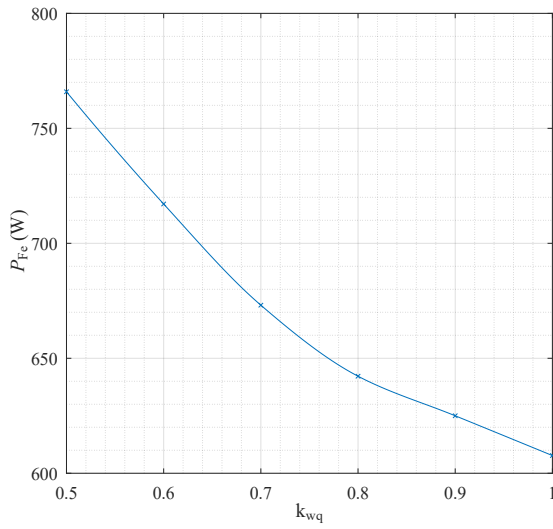
Obrázek 5.7: Zvlnění točivého momentu v závislosti na k_{wq}



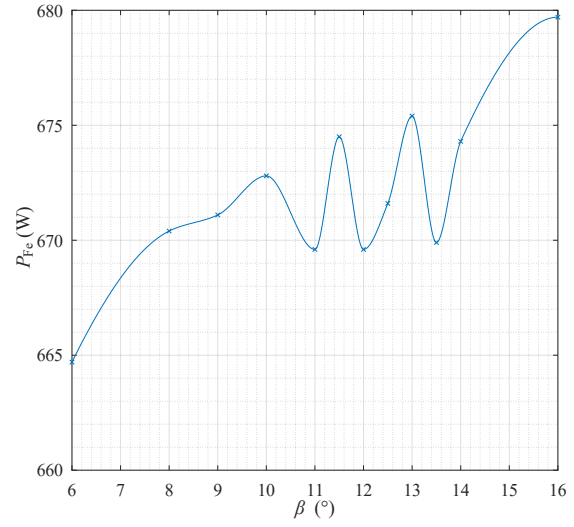
Obrázek 5.8: Synchronní indukčnosti v závislosti na k_{wq}



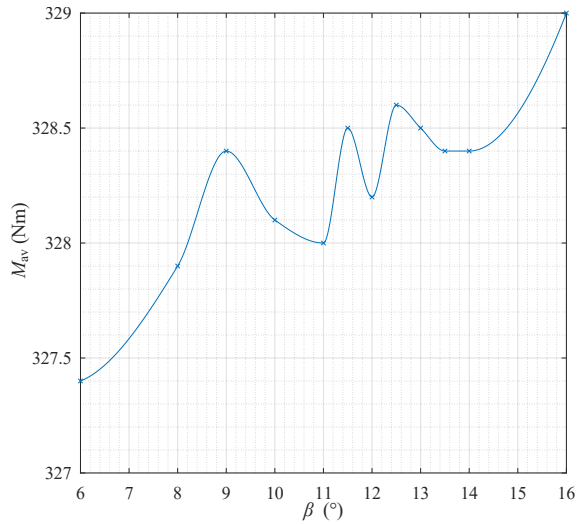
Obrázek 5.9: Poměr synchronních indukčností v závislosti na k_{wq}



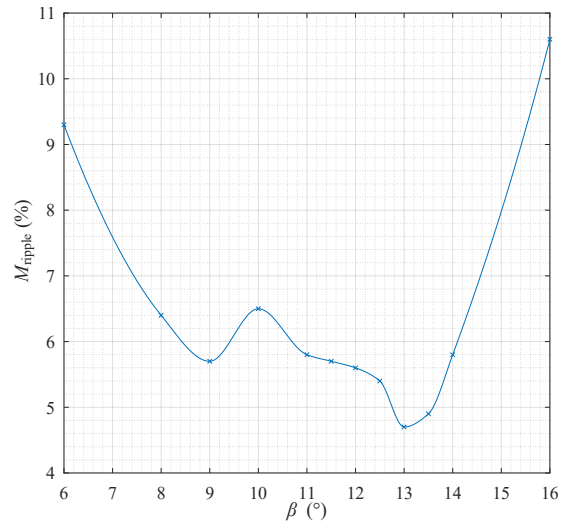
Obrázek 5.10: Ztráty v železe v závislosti na k_{wq}



Obrázek 5.11: Ztráty v železe v závislosti na úhlu β



Obrázek 5.12: Střední hodnota točivého momentu v závislosti na úhlu β



Obrázek 5.13: Zvlnění točivého momentu v závislosti na úhlu β

Střední hodnota točivého momentu je nejvyšší při $k_{wq} = 0,7$. Se zvyšováním k_{wq} se zvyšuje šířka bariér na úkor segmentů. To vede k poklesu podélné synchronní indukčnosti, zároveň však i k poklesu příčné synchronní indukčnosti. Poměr synchronních indukčností s rostoucím k_{wq} však vzrůstá. Ztráty v železe se s rostoucím k_{wq} snižují vlivem zmenšování šířky segmentů. Jako optimální izolační poměr jsem zvolil hodnotu $k_{wq} = 0,7$.

5.5.5 Parametr úhel β

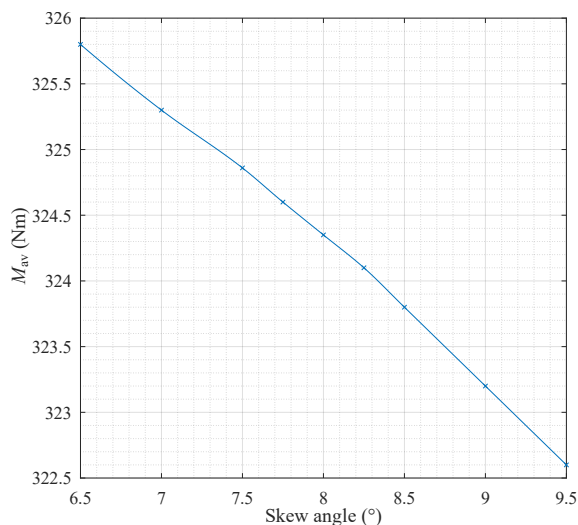
Nyní, když je zvolen optimální počet bariér a izolační poměr, lze finální geometrii ještě optimalizovat změnou úhlu β .

Jako optimální hodnoty úhlu β se jeví pro daný návrh z hlediska minimálního zvlnění točivého momentu pásmo hodnot od 8° do 14° . Na tomto pásmu je dosaženo nejnižších hodnot zvlnění točivého momentu. Jako optimální hodnotu úhlu β z hlediska ztrát v železe, velikosti střední hodnoty točivého momentu a zvlnění točivého momentu, jsem zvolil hodnotu $13,5^\circ$.

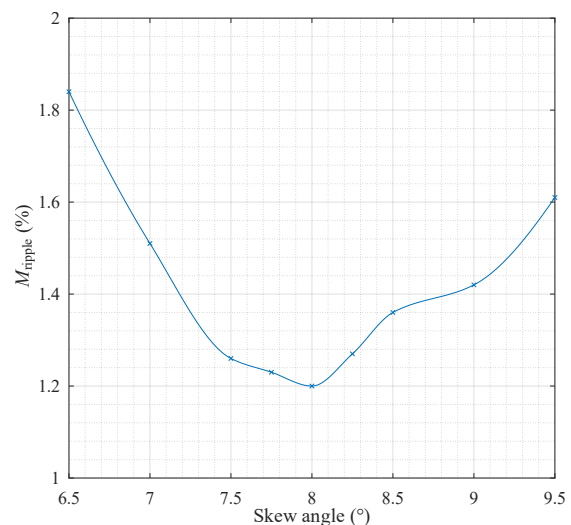
5.5.6 Zešíkmení rotorových drážek

Z předchozího rozboru (viz kapitola 1.2.4) plyne, že zešíkmení rotorových drážek významně snižuje zvlnění točivého momentu vlivem potlačení drážkových vyšších harmonických. V prostředí ANSYS Maxwell je možno toto provést i pro 2D model. Zadáva se úhel zešíkmení drážek a počet dílů, na které má být rotor rozdělen. Počet dílů musí být liché číslo. Zešíkmení rotorových drážek není tedy spojitě, ale stupňovitě. Díly rotoru jsou rovnoměrně pootáčený tak, aby na celé délce byl dodržen zadaný úhel natočení. Maxwell tak místo jednoho řešení provádí počet řešení úměrný počtu dílů. S rostoucím počtem dílů se zvyšuje přesnost, zároveň však i výpočetní čas. Již však při nízkých hodnotách počtu dílů je efekt natočení drážek dostačující.

Ve všech časových analýzách, které budou provedeny v následujících kapitolách je nastaven úhel zešíkmení rotorových drážek o jednu drážkovou rozteč. Počet dílů byl zvolen 11. Nad touto hodnotou již prakticky nedocházelo ke změnám získaných výsledků.



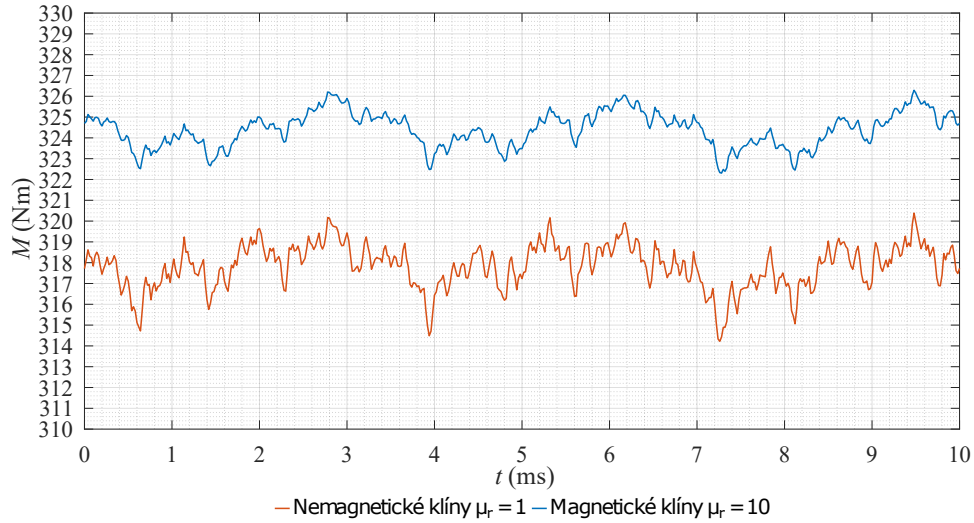
Obrázek 5.14: Střední hodnota točivého momentu v závislosti na úhlu zešíkmení rotorových drážek



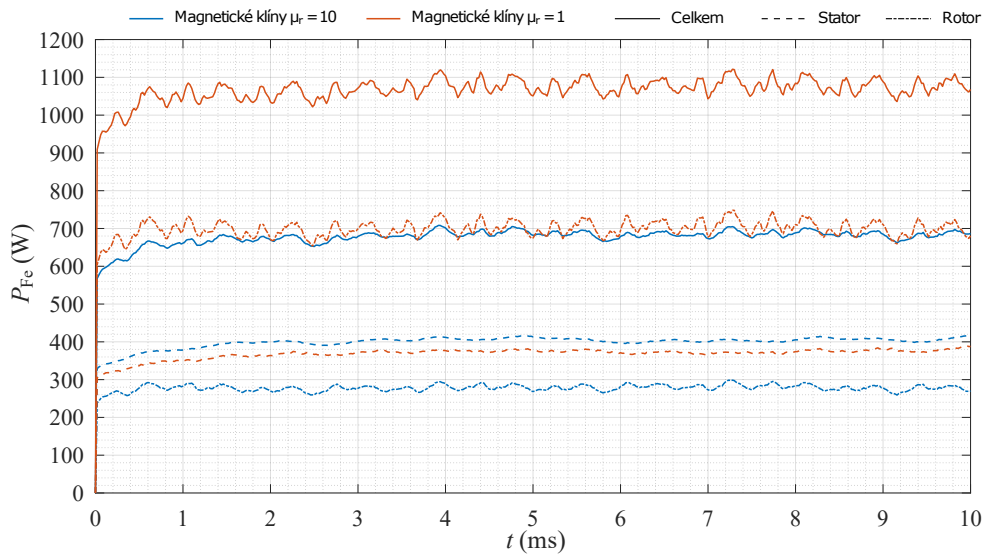
Obrázek 5.15: Zvlnění točivého momentu v závislosti na úhlu zešíkmení rotorových drážek

5.5.7 Vliv magnetických klínů

V této kapitole je provedeno grafické srovnání vlivu magnetických drážkových klínů na zlepšení vybraných parametrů.



Obrázek 5.16: Časový průběh točivého momentu



Obrázek 5.17: Časový průběh ztrát v železe

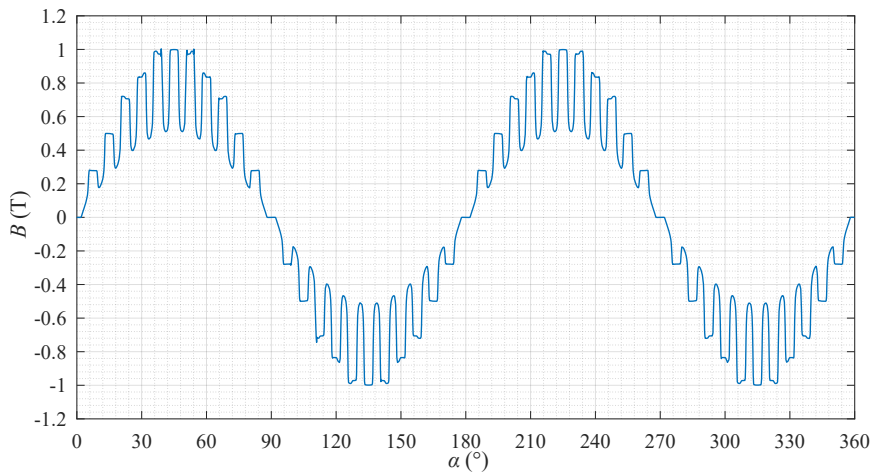
	M_{avg} (Nm)	M_{ripp} (%)	P_{Fe} (W)	$P_{Fe\ rotor}$ (W)	$P_{Fe\ stator}$ (W)
Nemagnetické klíny $\mu_r = 1$	317,8	1,9	1075,4	701,4	374
Magnetické klíny $\mu_r = 10$	324,4	1,2	683,4	278,8	404,6

Tabulka 5.3: Srovnání vybraných parametrů pro nemagnetické a magnetické klíny

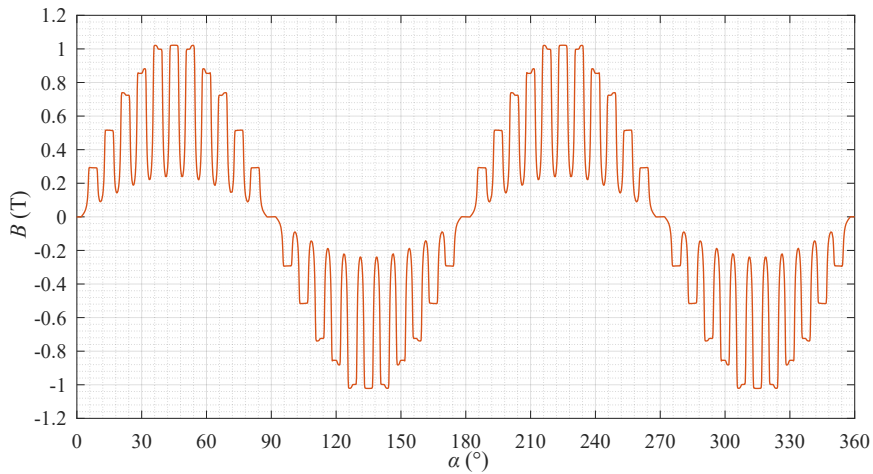
5.6 Analýza 2D modelu s optimalizovanou geometrií rotoru

5.6.1 Magnetická indukce ve vzduchové mezeře

Pro zobrazení průběhu magnetické indukce ve vzduchové mezeře je zadán jednotlivým fázím magnetizační proud, a to takovým způsobem, aby amplituda proudu byla v ose pólu, tedy ve fázi B. Ostatními fázemi, A a C, pak teče proud o hodnotě poloviční velikosti amplitudy. Rotor je pak nastaven do polohy nulového zátěžného úhlu vůči statoru. Po provedení analýzy je pomocí úsečky, která prochází středem vzduchové mezery po celém obvodu, vykreslena radiální složka magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Obrázek 5.18 znázorňuje průběh při použití magnetických klínů o relativní permeabilitě $\mu_r = 10$ a obrázek 5.19 při použití nemagnetických klínů, tj $\mu_r = 1$.



Obrázek 5.18: Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře, $\mu_r = 10$



Obrázek 5.19: Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře, $\mu_r = 1$

Z naměřených dat lze nyní vypočítat Carterův činitel pro otevřené drážky s magnetickými klíny

$$k_c = \frac{B_{\max}}{B_{\text{av}}} = \frac{0,9989}{0,8104} = 1,23 \quad (5.5)$$

a Carterův činitel pro otevřené drážky s nemagnetickými klíny

$$k_c = \frac{B_{\max}}{B_{\text{av}}} = \frac{1,0219}{0,7398} = 1,38 \quad (5.6)$$

Pro výpočet střední hodnoty magnetické indukce ve vzduchové mezeře platí vztah:

$$B_{\text{av}} = \frac{2}{t_d} \int_0^{\frac{t_d}{2}} B_\delta(x) dx \quad (5.7)$$

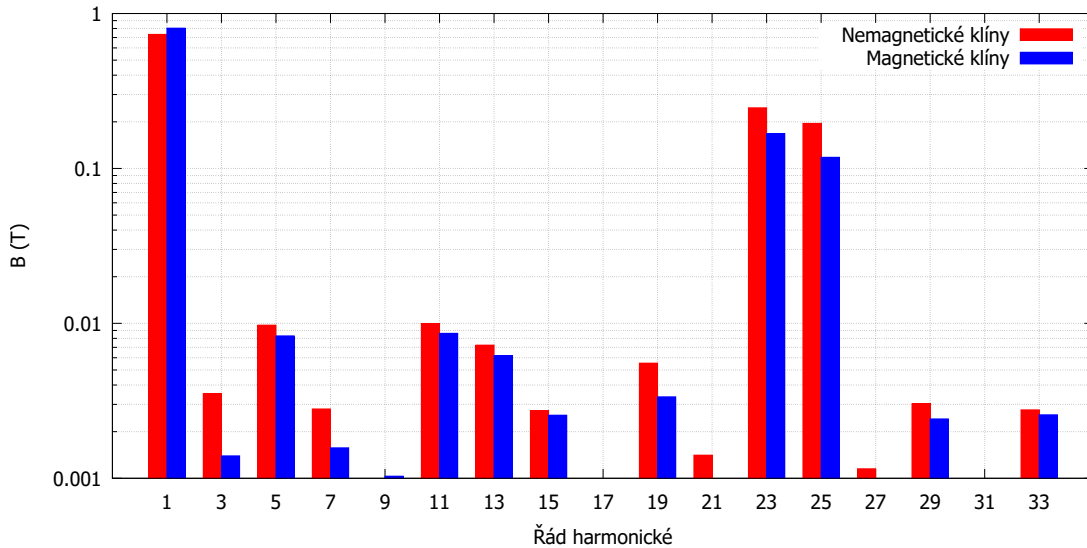
Střední hodnota magnetické indukce ve vzduchové mezeře je pak vypočítána numerickou integrací ze získaných hodnot na intervalu od osy drážky do osy zubu, tj na polovině drážkové rozteče. Hodnota maximální magnetické indukce ve vzduchové mezeře, tj v ose zubu, je rovněž získána z naměřených hodnot.

	Analyticky	Numericky
$\mu_r = 1$	1,4	1,38
$\mu_r = 10$	1,19	1,23

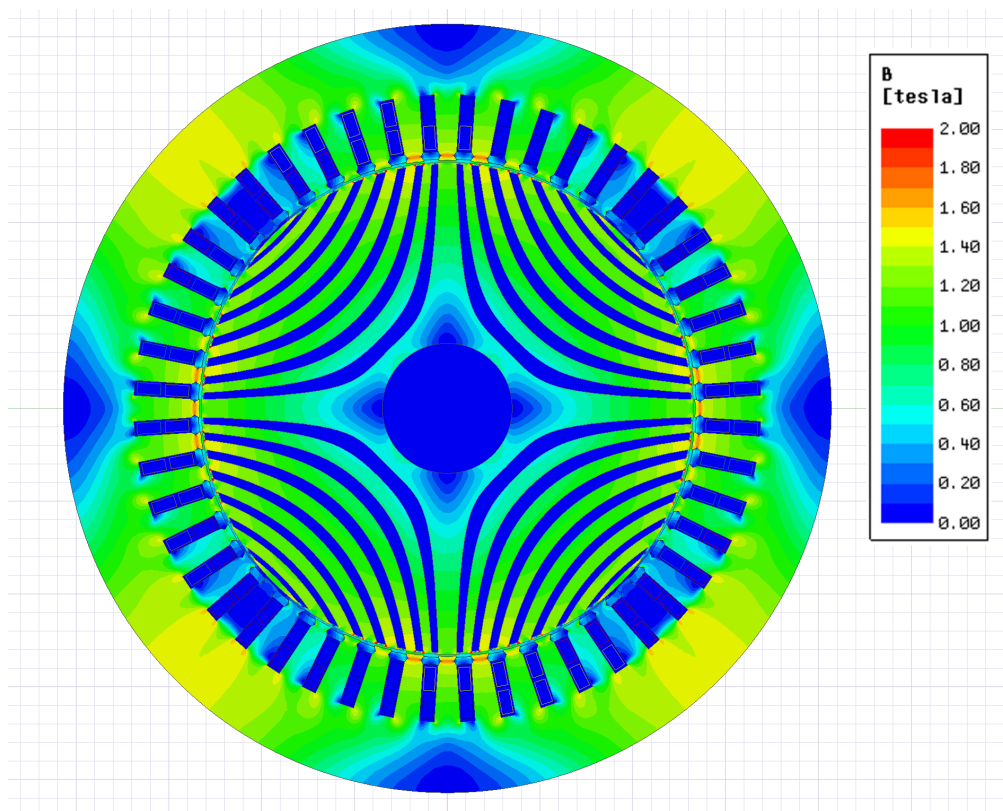
Tabulka 5.4: Porovnání hodnot Carterova činitele

Tabulka 5.4 uvádí srovnání analyticky a numericky vypočítaných hodnot Carterova činitele. Je zřejmé, že shoda ve výsledcích je dobrá.

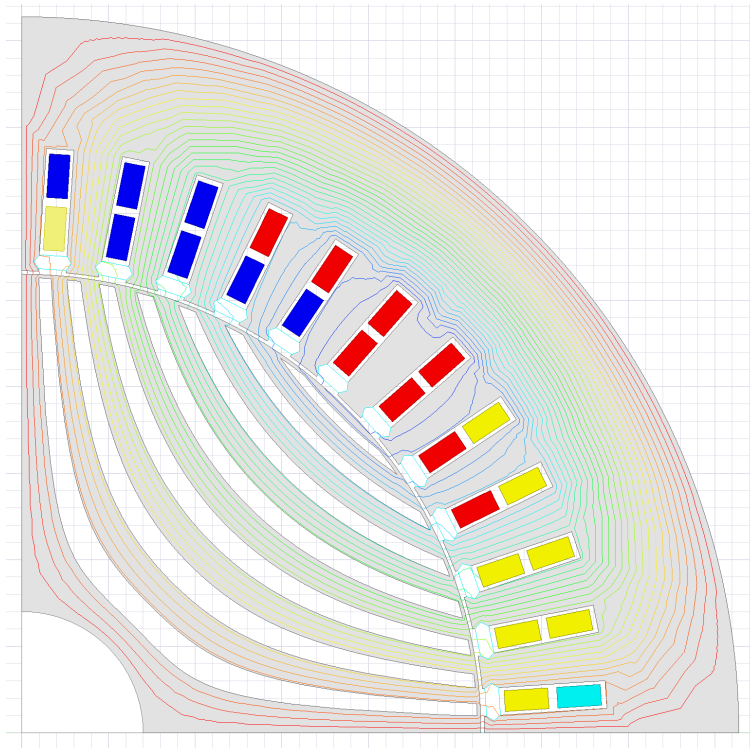
Obrázek 5.20 zobrazuje amplitudy jednotlivých harmonických obou průběhu magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Je zřejmé, že použití magnetických klínů potlačuje vyšší drážkové harmonické a zároveň se při stejné geometrii stroje zvyšuje amplituda první harmonické magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Z obrázku je rovněž patrné, že první harmonická magnetické indukce ve vzduchové mezeře má hodnotu 0,8 T, což je ve shodě se zvolenou hodnotou při výpočtu.



Obrázek 5.20: Harmonická analýza magnetické indukce ve vzduchové mezeře



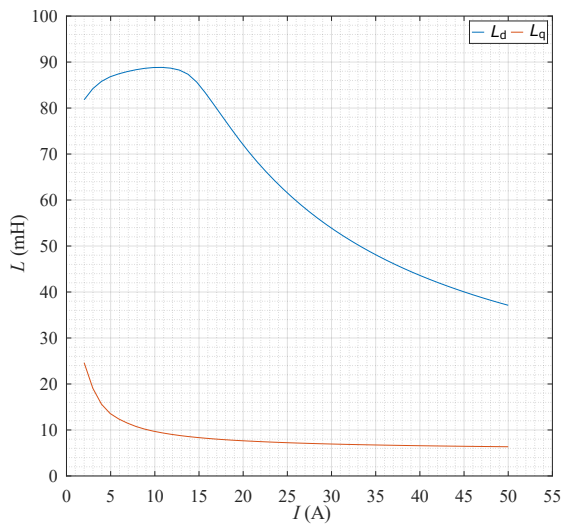
Obrázek 5.21: Mapa magnetické indukce při rotoru v ose d a $I = I_\mu$



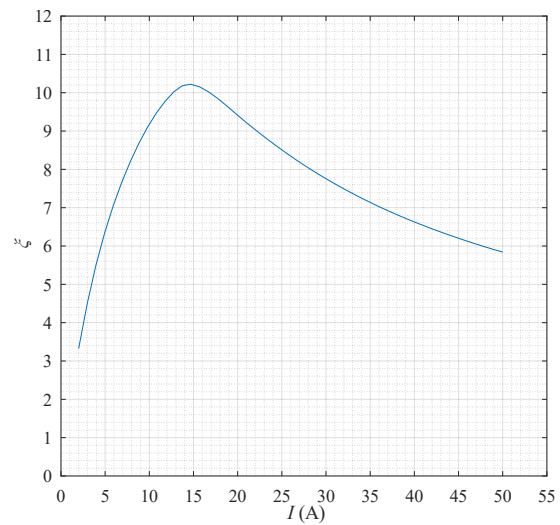
Obrázek 5.22: Průběh siločar magnetického toku při rotoru v ose d a $I = I_\mu$

5.6.2 Výpočet synchronních indukčností

V prostředí ANSYS Maxwell se nastaví parametrická analýza. Rotor je nejprve nastaven do polohy osy d a následně jsou prováděny analýzy pro konkrétní hodnoty proudů z nastaveného rozsahu. Totéž jsem provedl pro rotor v poloze osy q. Tímto jsem získal soubor průběhů magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Následně jsem v prostředí ANSYS Maxwell provedl FFT analýzu těchto průběhů, a získal soubor amplitud první harmonické magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro osy d a q v závislosti na proudu. Takto získané hodnoty jsem postupně dosadil do rovnice 5.4 a získal tak výsledné hodnoty synchronních indukčností L_d a L_q v závislosti na proudu viz obrázek 5.23. Poměr indukčností ξ je znázorněn na obrázku 5.24.



Obrázek 5.23: Indukčnosti v osách d a q v závislosti na proudu



Obrázek 5.24: Poměr indukčností v závislosti na proudu

I (A)	L_d (mH)	L_q (mH)	I (A)	L_d (mH)	L_q (mH)
2	81,799	24,618	20	71,999	7,6501
4	85,85	15,503	24	63,375	7,3035
6	87,486	12,309	28	56,675	7,0503
8	88,382	10,673	32	51,382	6,8555
10	88,826	9,6756	36	47,114	6,704
12	88,615	9,0109	40	43,607	6,579
14	87,007	8,5249	44	40,687	6,4766
14,55	86,042	8,4168	48	38,209	6,3913
16	82,568	8,1604	50	37,113	6,3538

Tabulka 5.5: Získané hodnoty synchronních indukčností v ose d a q

Tabulka 5.5 zobrazuje konkrétní získané hodnoty synchronních indukčností v závislosti na proudu. Tabulka 5.6 zobrazuje porovnání hodnot synchronních indukčností získaných při analytickém výpočtu a hodnot získaných numericky pomocí analýzy metodou konečných prvků (MKP).

	L_d (mH)	L_q (mH)
Analytický výpočet	86,619	6,574
Numerický výpočet	86,042	8,4168

Tabulka 5.6: Porovnání hodnot synchronních indukčností

Z tabulky 5.6 je patrné, že hodnota podélné synchronní indukčnosti získaná pomocí MKP je prakticky shodná s hodnotou vypočítanou analyticky při návrhu. Hodnota příčné synchronní indukčnosti získaná pomocí MKP je oproti analyticky vypočítané hodnotě vyšší o přibližně 1,84 mH. Příčinou je zřejmě přítomnost tangenciálních můstků mezi magnetickými vodivými segmenty rotoru a také použití magnetických klínů, které způsobují určité zvýšení drážkového rozptylu.

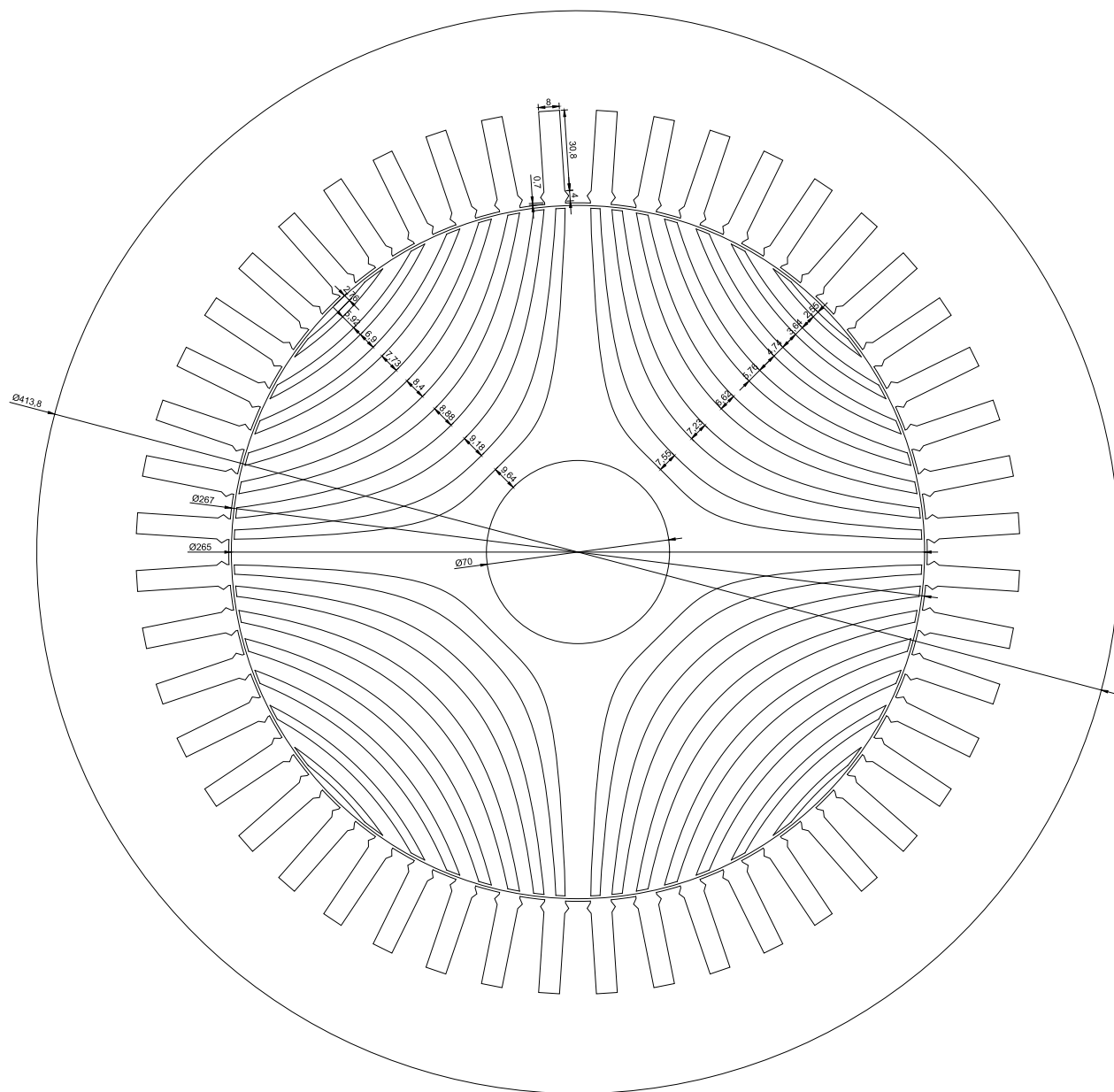
5.6.3 Shrnutí

Na základě optimalizace, byla vybrána finální varianta geometrie rotoru pro daný návrh. Vybrané parametry finální geometrie jsou uvedeny v tabulce 5.7. Výkres finální geometrie rotoru v celkové sestavě se statorem je na obrázku 5.25.

Y_q (mm)	Počet bariér k	Izolační poměr k_{wq}	Úhel β ($^\circ$)	Úhel zešíkmení drážek ($^\circ$)
5	7	0,7	13,5	8

Tabulka 5.7: Parametry finální geometrie rotoru

Použití magnetických drážkových klínů lze považovat za určitou optimalizaci statoru viz kapitola 5.5.7. Použity byly magnetické klíny o relativní permeabilitě $\mu_r = 10$. Vlivem jejich použití se zvýšila střední hodnota točivého momentu o 6,6 Nm, snížilo se zvlnění točivého momentu o 0,7 % na finální hodnotu 1,2 % a zejména došlo ke snížení celkových ztrát v železe o hodnotu 392 W na hodnotu 683,4 W. Konkrétně použitím drážkových magnetických klínů se výrazně snížili rotorové ztráty v železe o 422,6 W, zatím co statorové ztráty v železe se mírně zvýšili o hodnotu 30,6 W.



Obrázek 5.25: Výkres celkové sestavy statoru a rotoru

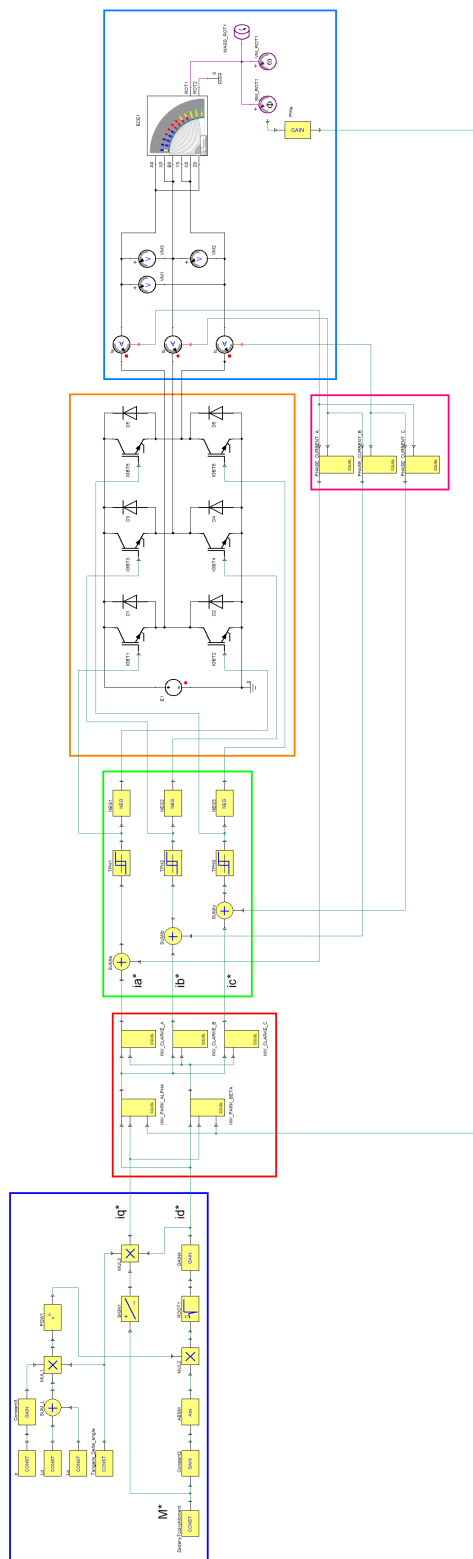
Kapitola 6

Simulace řízení SynRM v prostředí ANSYS Simplorer

Cílem této části práce je praktické ověření funkce navrženého motoru pro trakční využití na jednoduché regulační struktuře vektorového řízení s napěťovým střídačem.

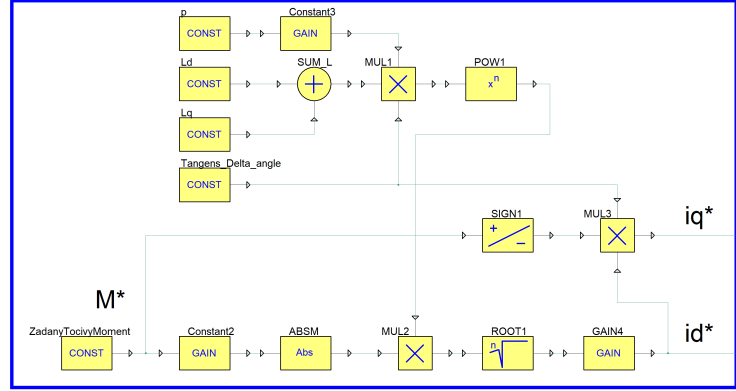
6.1 Popis struktury vektorového řízení

V železniční trakci je elektrický pohon nejčastěji řízen požadavkem na určitou velikost tažné síly, tedy na velikost točivého momentu. Z pohledu elektrického pohonu se tak vlastně jedná o požadavek na určitou velikost proudu. V regulační struktuře jsem tak neimplementoval regulační smyčku pro řízení rychlosti. Přítomná je pouze regulační smyčka proudu realizovaná hysterezním regulátorem proudu (HCC - Hysteresis Current Controller). Přehledové schéma struktury vektorového řízení pohonu s navrženým synchronním reluktančním motorem je zobrazeno na obrázku 6.1. Popis jednotlivých funkčních celků je popsán v následujících podkapitolách. Regulační struktura je sestavena na základě schématu v [16].



Obrázek 6.1: Přehledové schéma struktury vektorového řízení pohonu se synchronním reluktančním motorem

6.1.1 Blok výpočtu proudů I_d I_q



Obrázek 6.2: Schéma bloku výpočtu proudů I_d a I_q

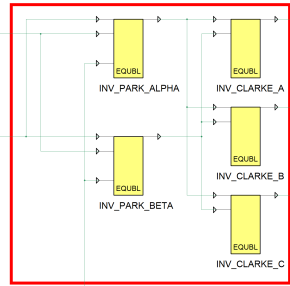
V tomto bloku se zadává žádaný točivý moment M^* . Z této hodnoty je následně pro dané kritérium řízení vypočítána žádaná velikost tokotvorné složky proudu i_d^* a momentotvorné složky proudu i_q^* . Tyto rovnice jsou převzaty z [16].

$$i_d^* = \sqrt{\frac{2|M^*|}{3p(L_d - L_q) \tan \gamma}} \quad (6.1)$$

$$i_q^* = i_d^* \tan \gamma (\text{signum } M^*) \quad (6.2)$$

Úhel proudu γ je zadán podle daného kritéria řízení. Funkce signum zajišťuje změnu orientace momentotvorné složky proudu I_q v případě požadavku na reverzaci, tj při požadavku na záporný točivý moment.

6.1.2 Blok inverzní Parkovy a Clarkové transformace



Obrázek 6.3: Schéma bloku inverzní Parkovy a Clarkové transformace

V tomto bloku se žádaná velikost tokotvorné složky proudu i_d^* a momentotvorné složky proudu převádí na dvoufázové fázové hodnoty proudu podle úhlového natočení rotoru pomocí inverzní

Parkovy transformace a následně se tyto dvoufázové hodnoty proudu převádí na třífázové hodnoty proudu pomocí inverzní Clarkové transformace.

Inverzní Parkova transformace:

$$i_{\alpha} = i_d \cos(\vartheta_{el}) - i_q \sin(\vartheta_{el}) \quad (6.3)$$

$$i_{\beta} = i_q \cos(\vartheta_{el}) + i_d \sin(\vartheta_{el}) \quad (6.4)$$

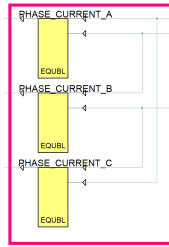
Inverzní Clarkové transformace:

$$i_a = i_{\alpha} \quad (6.5)$$

$$i_b = \frac{1}{2}(-i_{\alpha} + \sqrt{3}i_{\beta}) \quad (6.6)$$

$$i_c = \frac{1}{2}(-i_{\alpha} - \sqrt{3}i_{\beta}) \quad (6.7)$$

6.1.3 Blok převodu síťových proudů na fázové proudy



Obrázek 6.4: Schéma bloku převodu síťových proudů na fázové proudy

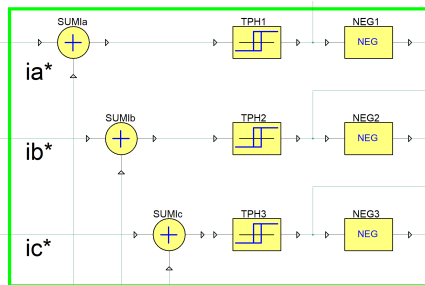
V tomto bloku se převádí naměřené hodnoty síťových proudů na fázové hodnoty. Matematické vyjádření odvozené na základě počtu s vektory:

$$i_a = \frac{1}{3}(i_1 - i_2) \quad (6.8)$$

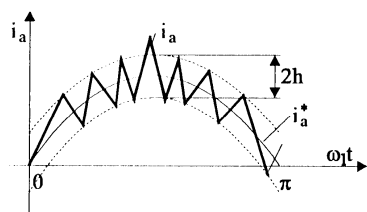
$$i_b = \frac{1}{3}(i_2 - i_3) \quad (6.9)$$

$$i_c = \frac{1}{3}(i_3 - i_1) \quad (6.10)$$

6.1.4 Blok hysterezního regulátoru proudu



Obrázek 6.5: Schéma bloku hysterezního regulátoru proudu



Obrázek 6.6: K funkci hysterezního regulátoru proudu [17]

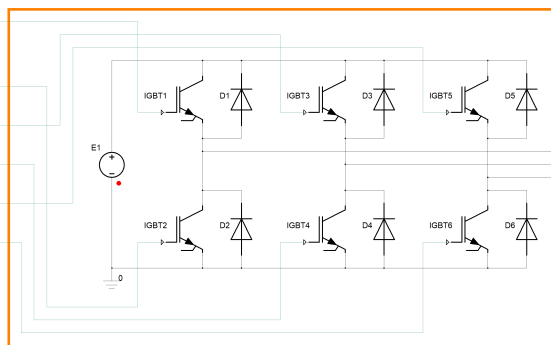
Tento blok realizuje generování pulzů pro napěťový střídač. Od žádaných hodnot fázových proudů jsou odečítány okamžité hodnoty fázových proudů. Výsledek rozdílu (regulační odchylka) vstupuje do komparátorů s hystezí, kde jsou generovány řídicí signály (-1, 1). Tyto signály slouží pro horní řadu tranzistorů napěťového střídače. Pro dolní řadu tranzistorů je ještě nezbytné provést negaci řídicích signálů. Hysterezní pásmo komparátorů h je nastavitelné.

Příklad funkce pro fázi A [17]:

$$\Delta i_a = i_a^* - i_a > h \implies \text{Spíná horní tranzistor fáze A}$$

$$\Delta i_a = i_a^* - i_a < -h \implies \text{Spíná dolní tranzistor fáze A}$$

6.1.5 Blok napěťového střídače



Obrázek 6.7: Schéma bloku napěťové střídače

Tento blok představuje napěťový střídač. Tvoří jej stejnosměrný meziobvod, tj napěťový zdroj o stejnosměrném napětí $U_{DC} = 600 \text{ V}$, a šest IGBT tranzistorů se zpětnými diodami.

6.1.6 Blok pohonu

6.1.6.1 Ekvivalentní obvod stroje

Pro sestavení modelu pohonu se synchronním reluktančním motorem v prostředí ANSYS Simplorer bylo nejprve nutné získat model navrženého stroje z prostředí ANSYS Maxwell. Zvolil jsem metodu ekvivalentního obvodu. ANSYS Maxwell umožňuje provést v transientní simulaci parametrickou analýzu, která provede výpočty pro kombinace daných vstupních parametrů. Do schéma externího obvodu vinutí viz obrázek 5.2 se vloží komponenty ECE3 (3 phase model) a ECER (Rotation model). Komponenta ECE3 představuje model třífázového vinutí. Nastavují se zde názvy jednotlivých vinutí, krok a rozsah proudu a nastavení v jakých souřadnicích je proud definován. Nastavení bloku viz obrázek 6.8. Výhodou řešení v soustavě d-q je snížení počtu proměnných ze tří na dvě, a tím úspora výpočetního času. Komponenta ECER představuje rotační model. Nastavuje se zde maximální úhel natočení rotoru, počet kroků na daném rozsahu úhlu, úhel zešikmení rotorových drážek a počet pólů. Maximální úhel natočení rotoru není nutné zadávat vyšší, než 60° elektrických. Ostatní hodnoty na celé periodě si ANSYS Maxwell rekonstruuje. Tím se opět výrazně zkrátí výpočetní čas. Nastavení bloku viz obrázek 6.9

Name	Value	Unit	Evaluated Value	Description
DeviceName	ECE3_Model1			Device name for ECE 3-phase model
Windings	A,B,C			Comma-separated phase winding list in sequence order
CurrentSweeps	(5A, 12)			Positive current amplitude sweeping list. Format "v1, v2, (dv1, n1), v3, (dv2, n2), v4, ..."
PhAngIntervals	2			(0, 1, 2) for DQ sweeps; 3 for 2-phase sweeps; (>=12) for current & phase angle sweeps...
Status	Active			

Obrázek 6.8: Nastavení bloku ECE3

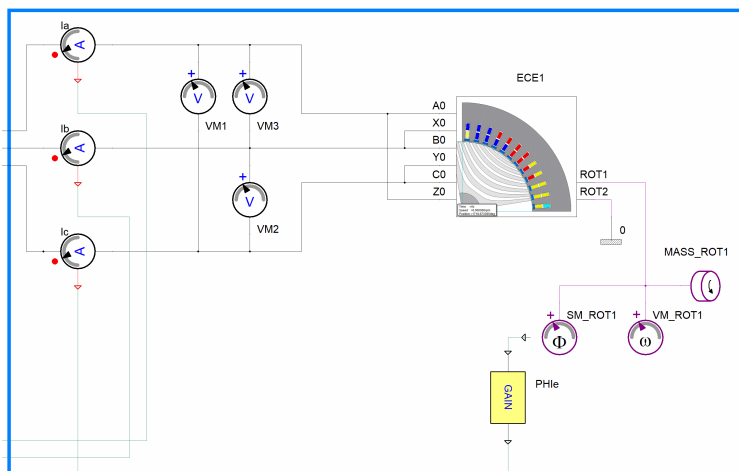
Name	Value	Unit	Evaluated Value	Description
DeviceName	ECER_Model1			Device name for ECE Rotation model
RotAngMax	30	deg	30deg	Maximum rotating angle for sweeping in mech. or elec. degrees
InElecDeg	<input type="checkbox"/>			Check to define RotAngMax in elec. degrees, uncheck in mech. degrees
RotAngIntervals	30		30	Number of uniform sweeping intervals for rotating angle
SkewAng	8	deg	8deg	Skew angle of the stator or rotor core for 2D only, in mechanical degrees
Poles	4		4	Number of poles
Status	Active			

Obrázek 6.9: Nastavení bloku ECER

Po nastavení bloků ECE3 a ECER je ještě vhodné zarovnat osu q rotoru s osou fáze A. Následně se spustí transientní analýza a ANSYS Maxwell podle nastavení ECE3 a ECER provede automaticky parametrickou analýzu a vygenerování ekvivalentního obvodu nezávisle na nastavené délce a kroku simulace. Získaný ekvivalentní obvod je pak importován v prostředí ANSYS Simplorer do schématu. Výhodou metody ekvivalentního obvodu je, že umožňuje se zadanou přesností získat obraz stroje navrženého v prostředí ANSYS Maxwell. Model je tak analyzován pouze jednou a v prostředí ANSYS Simplorer je tak trvání jednotlivých analýz pouze v řádech sekund až minut.

6.1.6.2 Sestavení pohonu

Přehledové schéma pohonu v prostředí ANSYS Simplorer je na obrázku 6.10. Ekvivalentní obvod tvoří svorky vinutí a dvě svorky pro mechanický obvod. Vinutí motoru je zapojeno do trojúhelníka a připojeno k napětovému střídači. Na přívodech k motoru jsou ampérmetry měřící síťový proud a voltmetry měřící sdružené napětí. Mechanický obvod stroje tvoří měřidlo otáček a úhlového natočení rotoru a komponenta představující moment setrvačnosti. Změřený mechanický úhel natočení rotoru je převeden na elektrický úhel.



Obrázek 6.10: Schéma bloku pohonu

6.2 Výsledky simulace vektorového řízení SynRM

6.2.1 Kritérium maxima točivého momentu na jednotku proudu - MTPA

Na základě rovnice 3.5 se vypočítá maximální dosažitelný točivý moment pro toto kritérium řízení:

$$M_{MTPA} = \frac{3}{2}p(L_d - L_q)I_{dm}^2 = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot (0,086042 - 0,0084168) \cdot (\sqrt{2} \cdot 14,55)^2 = 98,6 \text{ Nm} \quad (6.11)$$

kde tokotvorná složka proudu I_{dm} je rovna magnetizačnímu proudu, tj proud, při kterém je stroj magneticky nasycen a indukčnosti L_d a L_q jsou pro odpovídající proud odečteny z tabulky 5.5.

Úhel proudu γ je v tomto případě:

$$\gamma = \arctan \frac{I_{qm}}{I_{dm}} = \arctan 1 = 45^\circ \quad (6.12)$$

Žádaný moment M^* byl zadán 98,5 Nm a parametr $\tan \gamma = 1$. Získaný časový průběh otáček a točivého momentu je na obrázku 6.11. Naměřená střední hodnota točivého momentu je 94,7 Nm.

6.2.2 Kritérium maximálního účinku - MPFC

Na základě rovnice 3.10 se vypočítá maximální dosažitelný točivý moment pro toto kritérium řízení:

$$M_{MPFC} = \frac{3}{2}p(L_d - L_q)I_{dm}^2 \sqrt{\frac{L_d}{L_q}} = M_{MTPA} \sqrt{\frac{L_d}{L_q}} = 98,6 \sqrt{\frac{0,086042}{0,0084168}} = 315,3 \text{ Nm} \quad (6.13)$$

Velikosti složek proudů:

$$I_{dm} = 20,6 \text{ A} \quad (6.14)$$

$$I_{qm} = I_{dm} \sqrt{\frac{L_d}{L_q}} = 20,6 \sqrt{\frac{0,086042}{0,0084168}} = 65,8 \text{ A} \quad (6.15)$$

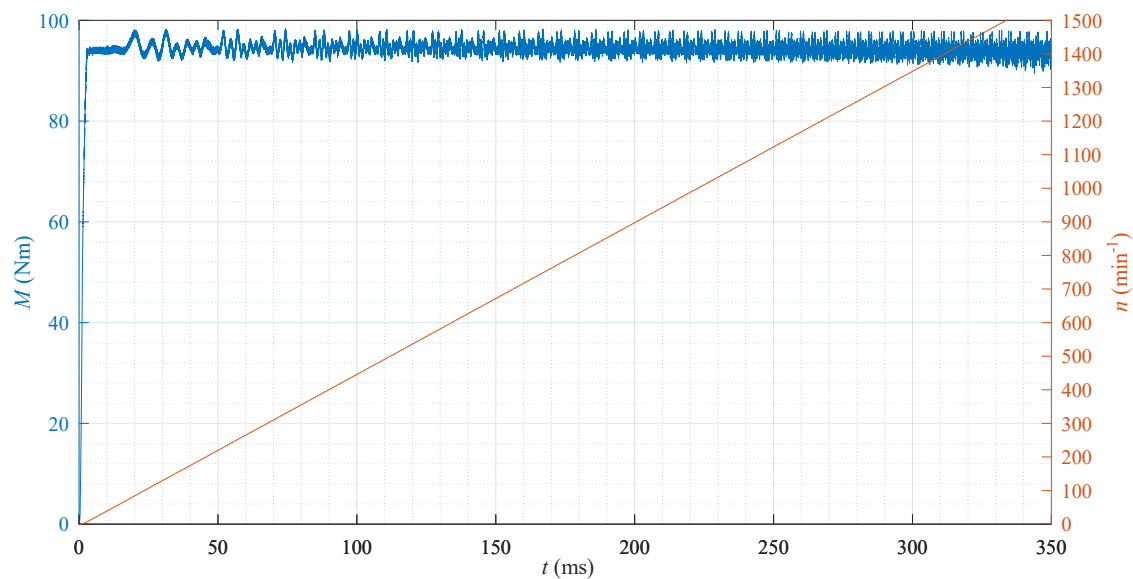
Úhel proudu γ je v tomto případě:

$$\gamma = \arctan \left(\frac{I_{qm}}{I_{dm}} \right) = \arctan \left(\frac{65,8}{20,6} \right) = \arctan 3,2 = 72,6^\circ \quad (6.16)$$

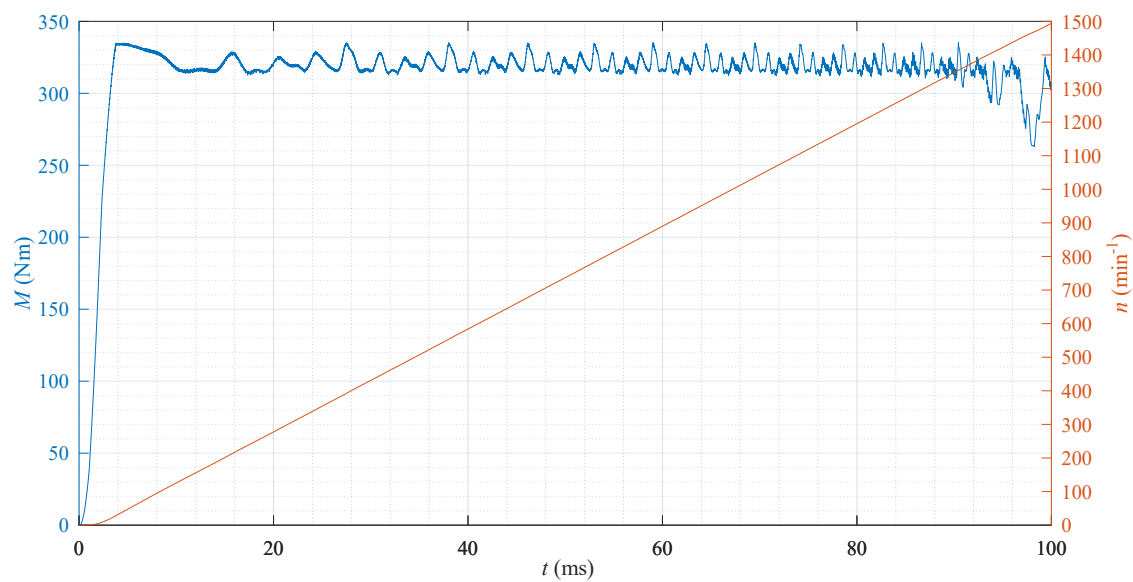
Žádaný moment M^* byl zadán 315 Nm a parametr $\tan \gamma = 3,2$. Získaný časový průběh otáček a točivého momentu je na obrázku 6.11. Naměřená střední hodnota točivého momentu je 317,2 Nm.

6.2.3 Shrnutí

Řízení při kritériu MTPA je vhodné pro hodnoty žádaného točivého momentu do 98,6 Nm. Při této hodnotě je stroj magneticky nasycen. Pro další zvyšování točivého momentu, aniž by došlo k magnetickému přesycení stroje, je nutné přejít na řízení při kritériu MPFC. Tokotvorná složka proudu i_d se již udržuje konstatní a momentotvorná složka proudu i_q se zvyšuje až na jmenovitou hodnotu, kdy je pak dosaženo točivého momentu 317,2 Nm.



Obrázek 6.11: MTPA - Průběh otáček a točivého momentu



Obrázek 6.12: MPFC - Průběh otáček a točivého momentu

Závěr

Cílem této diplomové práce bylo navrhnout synchronní reluktanční motor o jmenovitém výkonu 50 kW pro trakční využití. Návrh statoru a vinutí byl proveden podobně jako pro asynchronní stroj, avšak s modifikacemi, které zohledňují požadované vstupní parametry stroje a matematický popis stroje. Problematika návrhu geometrie rotoru již byla složitější a vyžádala si podrobnější teoretickou analýzu, na jejímž základě byly stanoveny předpoklady a pravidla pro optimální návrh geometrie rotoru. Volba tvaru bariér magnetického toku v provedení Žukovského profilu byla zvolena na základě menšího počtu proměnných vstupujících do rozměrového návrhu bariér magnetického toku umožňující tak zjednodušit návrh. Zároveň toto provedení geometrie umožňuje dobrou optimalizaci pomocí několik variabilních parametrů. Pro generování geometrií rotoru o různých variantách daných parametrů pro analýzu a optimalizaci pomocí metody konečných prvků v prostředí ANSYS Maxwell, bylo nutné proces algoritmizovat. Napsáním vlastního skriptu pro generování profilu geometrie rotoru tak bylo možné vytvořit množství variant geometrií pro analýzu a pozorovat tak vliv vybraných geometrických parametrů rotoru na vybrané parametry stroje. Tímto postupem tak byla navržená geometrie rotoru optimalizována s ohledem na minimalizaci zvlnění točivého momentu, maximalizaci střední hodnoty točivého momentu a minimalizaci ztrát v železe.

Takto navržený výsledný synchronní reluktanční motor byl aplikován do struktury simulace vektorového řízení s napěťovým střídačem v prostředí ANSYS Simplorer. Cílem této části bylo ověření dosažitelného točivého momentu v porovnání s analytickým výpočtem a ověření říditelnosti pohonu s modelem navrženého motoru. Maximální hodnota točivého momentu získaná na základě analytického výpočtu byla 322 Nm. Hodnota točivého momentu pro jmenovitý výkon 50 kW by měla být 318,3 Nm. Maximální hodnota točivého momentu získaná při simulaci řízení v prostředí ANSYS Simplorer při kritériu maximálního účinníku, tedy při žádaném točivém momentu 315,3 Nm byla 317,2 Nm. Lze tedy konstatovat, že navržený motor při tomto kritériu řízení prakticky vyhovuje na požadovaný točivý moment pro jmenovitý výkon 50 kW s odchylkou -1,1 Nm.

Problematika návrhu synchronního reluktančního motoru je poměrně obsáhlá zejména v ohledu na návrh a optimalizaci vhodné geometrie rotoru. Dodržením konkrétních předpokladů a doporučení však lze získat stroj s dobrými parametry, které pak mohou být patřičně optimalizovány pomocí metody konečných prvků.

Dalším budoucím krokem by mohla být praktická realizace prototypu navrženého motoru, stanovení jeho skutečných parametrů a porovnání s ekvivalentním asynchronním motorem. V případě osvědčení vlastností motoru pak také jeho praktická aplikace v trakčním pohonu.

Použitá literatura

1. MĚŘIČKA, Jiří; ZOUBEK, Zdeněk. *Obecná teorie elektrického stroje*. SNTL, 1973.
2. PETROV, Georgij Nikolajevič. *Elektrické stroje 2. 1. vyd. Praha: academia, 1982*. Tech. zpr. ISBN 509-21-857.
3. VAGATI, A. The synchronous reluctance solution: a new alternative in AC drives. In: *Proceedings of IECON'94-20th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*. 1994, sv. 1, s. 1–13.
4. STATON, DA; MILLER, TJE; WOOD, SE. Maximising the saliency ratio of the synchronous reluctance motor. In: *IEE Proceedings B (Electric Power Applications)*. 1993, sv. 140, s. 249–259. Č. 4.
5. FUKAMI, Tadashi; MOMIYAMA, Masatoshi; SHIMA, Kazuo; HANAOKA, Ryoichi; TAKATA, Shinzo. Steady-state analysis of a dual-winding reluctance generator with a multiple-barrier rotor. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2008, roč. 23, č. 2, s. 492–498.
6. BOMELA, Xola B; KAMPER, Maarten J. Effect of stator chording and rotor skewing on performance of reluctance synchronous machine. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2002, roč. 38, č. 1, s. 91–100.
7. VAGATI, A.; PASTORELLI, M.; FRANCESCHINI, G.; PETRACHE, S. C. Design of low-torque-ripple synchronous reluctance motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 1998, roč. 34, č. 4, s. 758–765. Dostupné z DOI: 10.1109/28.703969.
8. VAGATI, A; FRANCESCHINI, G; MARONGIU, Ignazio; TROGLIA, GP. Design criteria of high performance synchronous reluctance motors. In: *Conference record of the 1992 IEEE industry applications society annual meeting*. 1992, s. 66–73.
9. RAJABI MOGHADDAM, Reza. *Synchronous reluctance machine (SynRM) in variable speed drives (VSD) applications*. 2011. Dis. pr. KTH Royal Institute of Technology.
10. DE GRÉEF, Christophe; KLUYSKENS, Virginie; HENROTTE, François; GEUZAINÉ, Christophe; DEHEZ, Bruno. Impact of Flux Barriers Shape in Synchronous Reluctance Machine Optimization. In: *2019 19th International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering (ISEF)*. 2019, s. 1–2.

11. TAGHAVI, Seyedmorteza; PILLAY, Pragasen. A sizing methodology of the synchronous reluctance motor for traction applications. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*. 2014, roč. 2, č. 2, s. 329–340.
12. KOPYLOV, Igor Petrovič. *Stavba elektrických strojů*. SNTL, 1988.
13. BOLDEA, Ion; TUTELEA, Lucian. *Reluctance electric machines: design and control*. CRC Press, 2018.
14. PYRHONEN, Juha; JOKINEN, Tapani; HRABOVCOVA, Valeria. *Design of rotating electrical machines*. John Wiley & Sons, 2013.
15. ISOBE, Shoji; TAKEMOTO, Masakatsu. Carter coefficient of iron core with magnetic wedge for rotating machinery. *Electrical engineering in Japan*. 1986, roč. 106, č. 6, s. 67–73.
16. HRABOVCOVÁ, Valeria; LIČKO, Miroslav. *Reluktančný synchronný motor*. Žilinská univerzita, 2001.
17. NASAR, SA; BOLDEA, Ion. *Electric drives*. CRC Press LLC, Florida, 1999.